



DOI: <https://doi.org/10.22084/ier.2025.30418.2193>

## مدل‌سازی ریاضی برای مسأله مدیریت سفارش‌ها و برنامه‌ریزی تولید در سیستم‌های ترکیبی (MTS/MTO) با در نظر گرفتن فرآیند نصب و راه‌اندازی

سید محمد جواد صادقی<sup>۱</sup>، احمد ماکویی<sup>۲\*</sup>

۱. کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، گروه بهینه‌سازی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت، تهران، ایران

۲. استاد گروه بهینه‌سازی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

اطلاعات مقاله	خلاصه
تاریخچه مقاله:	
دریافت ۱۴۰۳/۱۰/۲۴	
بازنگری ۱۴۰۳/۱۱/۲۱	
پذیرش ۱۴۰۳/۱۲/۱۴	
(مقاله پژوهشی)	
کلمات کلیدی:	
مدیریت سفارش‌ها	
فضای تولید ترکیبی	
(MTS/MTO)	
برنامه‌ریزی تولید	
نصب و راه‌اندازی	

از ظرفیت‌های تولیدی است. محدودیت‌های سیستم‌های تولید سنتی باعث شده است که بسیاری از تولیدکنندگان به سمت استفاده از سیستم‌های تولید ترکیبی، تولید برای انبار یا موجودی (MTS) و تولید براساس سفارش (MTO)، حرکت کنند [۳]. سیستم تولید برای انبار یا موجودی (MTS) با تولید انبوه و تنوع کم، به نیازهای پیش‌بینی شده مشتریان پاسخ می‌دهد و با زمان تحویل

۱. مقدمه  
در سال‌های اخیر، مدیریت سفارش‌های مشتریان به یکی از تصمیمات کلیدی در حوزه تولید تبدیل شده و توجه بسیاری از پژوهشگران را به خود جلب کرده است [۱]. پس از پذیرش سفارش، تولیدکننده موظف است محصول را به‌موقع و با کیفیت به مشتری تحویل دهد [۲]. دستیابی به این هدف نیازمند برنامه‌ریزی دقیق منابع و استفاده بهینه

\* نویسنده مسئول: احمد ماکویی

تلفن: ۰۲۱-۷۳۲۲۵۰۰۴؛ پست الکترونیکی: amakui@iust.ac.ir

که کنترل تولید ترکیبی، در مقایسه با رویکردهای ساده‌تر، پتانسیل چشم‌گیری نیاز دارد. با این حال، این پیشرفت‌ها اغلب با افزایش پیچیدگی همراه هستند که چالش‌هایی در پیاده‌سازی در محیط‌های عملی به وجود می‌آورد. برای تسهیل استفاده از چنین سیاست‌های پیچیده‌ای در شرایط واقعی، استفاده از فناوری اطلاعات پیشرفته ضروری به نظر می‌رسد. در این راستا، اینترنت اشیا (IoT) به‌عنوان یک مفهوم اساسی مطرح می‌شود که امکان انتقال و دریافت خودکار داده‌های مرتبط با محصولات را فراهم کرده و تبادل اطلاعات در شبکه را بدون نیاز به مداخله انسانی ممکن می‌سازد. همچنین، وانگ و همکاران [۱۳] با استفاده از الگوریتم ترکیبی مبتنی بر بهینه‌سازی ازدحام ذرات، عملکرد سیستم‌های ترکیبی را در مسائل پیچیده بهبود داده‌اند. نتایج آن‌ها نشان داد که استفاده از بهینه‌سازی ازدحام ذرات با ابعاد متغیر (VDPSO) در مقایسه با بهینه‌سازی ازدحام ذرات با ابعاد ثابت (FDPSO) در مسائل بزرگ‌تر کارایی بیشتری دارد. الگوریتم VDPSO توانست انتخاب سفارشات MTO را بهینه‌تر انجام دهد. این روش منجر به حداکثرسازی سود کل سفارشات MTO و بهبود عملکرد در محیط تولید ترکیبی MTS/MTO شد.

جلیلی و همکاران [۱۴] در مطالعه خود سیستم تولید ترکیبی ساخت برای انبار/ساخت براساس سفارش (MTS/MTO) را با هدف بهره‌گیری از مزایای هر دو سیستم MTS و MTO و پاسخ به شرایط متغیر بازار مانند عدم قطعیت تقاضا، کمبود مواد اولیه و هزینه‌های بالای نگهداری موجودی بررسی کردند. آن‌ها یک مدل دینامیک سیستم (SD) توسعه دادند که سه مجموعه ایستگاه کاری MTS، MTO و MTS/MTO را در یک خط تولید پیوسته در یک شرکت تولیدی در نظر گرفت. عملکرد مدل از جنبه‌هایی همچون هزینه‌های نگهداری و زمان تحویل محصول ارزیابی شد. همچنین، تأثیر متغیرهای خارجی نظیر هزینه‌های عملیاتی، هزینه‌های نگهداری و سود خالص شرکت را در تحلیل خود لحاظ کردند. نتایج نشان داد که مدل پیشنهادی از نظر کاهش هزینه‌ها نسبت به مدل‌های پیشین برتری دارد. العبان و عبدالمجید [۹] سیستم ترکیبی MTS/MTO را از دیدگاه کنترل تولید بررسی کردند و به تخصیص سفارشات به MTS یا MTO پرداختند. آن‌ها از یک مدل شبیه‌سازی برای پشتیبانی از فرآیند تصمیم‌گیری برای سیاست‌های کنترلی MTS یا MTO در یک مطالعه موردی در یک شرکت تولید لوله‌های شیشه‌ای استفاده کردند. مسأله برنامه‌ریزی تولید نیز توسط شیونگ و همکاران [۷] بررسی شد، از جمله هزینه‌های انتشار کربن. تخصیص منابع مورد نیاز برای استراتژی تولید در سیستم ترکیبی توسط عابدی و ژو [۱۵] مطالعه شد. آن‌ها تصمیمات پذیرش سفارش را بررسی کردند که منجر به افزایش تعداد سفارشات کاملاً برآورده شده و سود شد. مطالعه موردی قطعات صفحه فلزی توسط بورتولینی و همکاران [۱۶] انجام شد. آن‌ها یک مدل ریاضی دوهدفه برای تخصیص تولید قطعات به سیستم MTS یا MTO برای به حداقل رساندن فضای موجودی و زمان‌های آماده‌سازی توسعه دادند.

کوتاه شناخته می‌شود. در مقابل، سیستم تولید براساس سفارش (MTO) امکان ارائه محصولات متنوع‌تر با نیاز به سفارشی‌سازی را فراهم می‌کند، اما با زمان تولید طولانی‌تر همراه است [۴]. ترکیب این دو سیستم به تولیدکنندگان امکان می‌دهد که ضمن کاهش هزینه‌های ذخیره‌سازی و زمان تحویل، انعطاف‌پذیری بیشتری در پاسخ به نیازهای متغیر مشتریان داشته باشند [۵].

ادغام سیستم‌های MTS و MTO نه تنها به کاهش هزینه‌های نگهداری موجودی و زمان تحویل کمک می‌کند، بلکه می‌تواند مزایای دیگری مانند افزایش بهره‌وری، بهبود رضایت مشتریان و استفاده بهینه از منابع تولیدی را نیز به همراه داشته باشد [۶]. با این حال، اجرای چنین سیستمی با چالش‌هایی مانند مدیریت پیچیدگی‌های تولید، برنامه‌ریزی دقیق فرآیندها و تنظیم ظرفیت‌ها همراه است. این چالش‌ها نیازمند ارائه مدل‌های برنامه‌ریزی دقیق و راهکارهایی برای بهره‌وری بهتر از سیستم تولیدی است [۷].

این پژوهش بر تولید ماشین‌آلات صنعتی مانند جرثقیل‌های سقفی و بالابرهای صنعتی تمرکز دارد که پس از تولید و تحویل به مشتریان نیازمند نصب و راه‌اندازی توسط متخصصان هستند. هدف این مقاله، ارائه مدلی برای بهبود فرآیندهای تولید در محیط‌های ترکیبی MTS/MTO است که بر برنامه‌ریزی تولید و استفاده بهینه از ظرفیت‌ها متمرکز باشد.

## ۲. مرور ادبیات

افزایش تنوع محصولات و تقاضاهای مشتریان باعث شده است که تولیدکنندگان به تغییر استراتژی‌های تولید خود روی آورده و از سیستم‌های ترکیبی تولید برای موجودی (MTS) و تولید براساس سفارش (MTO) استفاده کنند. این رویکرد مزایای هر دو سیستم را ترکیب کرده و تعادلی میان سفارشی‌سازی و تولید انبوه برقرار می‌کند [۸]. در حالی که سیستم MTS بر تولید انبوه متمرکز است، سیستم MTO نیازهای سفارشی‌سازی بالا را پوشش می‌دهد و سیستم‌های ترکیبی سعی دارند از مزایای هر دو برای پاسخ‌گویی به نیازهای متنوع مشتریان بهره‌مند شوند [۹].

پژوهش‌ها در این زمینه پیشرفت‌های قابل توجهی داشته‌اند. کلاتری و همکاران [۱۰] یک چارچوب چندمرحله‌ای برای پذیرش و رد سفارش‌ها پیشنهاد دادند که اولویت‌بندی مشتریان، ارزیابی ظرفیت، قیمت‌گذاری و بهینه‌سازی زمان تحویل را در محیط‌های ترکیبی بهبود می‌بخشد. همچنین، رفیعی و ربانی [۱۱] نقطه نفوذ سفارش (OPP) را در سیستم‌های ترکیبی بهینه‌سازی کرده و هزینه‌ها را کاهش و کارایی زمان تحویل را افزایش دادند. در ادامه، رفیعی و ربانی [۱۲] چالش‌های هماهنگی ظرفیت را مورد بررسی قرار داده و بهبود بهره‌وری و کاهش هزینه‌ها را از طریق زمان‌بندی بهینه تولید نشان دادند.

پیترز و ون اویجن [۴] به بررسی سیستم‌های ترکیبی پرداخته و نشان داده‌اند که این رویکرد می‌تواند به بهینه‌سازی هزینه‌ها و افزایش کارایی در محیط‌های پیچیده تولید کمک کند. همچنین بیان کردند

MTO تحویل داده می‌شوند. به عبارتی، در این رویکرد، MTS یک مرحله واسط برای تولید MTO است و تولید مستقلی برای آن در نظر گرفته نمی‌شود.

در مقابل، در پژوهش حاضر، تولید محصولات MTS و MTO به‌طور مستقل از یکدیگر انجام می‌شود، اما این دو سیستم از منابع اولیه و ظرفیت تولید مشترک استفاده می‌کنند. این تفاوت کلیدی باعث می‌شود که سیستم بتواند به‌صورت بهینه و براساس شرایط بازار، تصمیم بگیرد که چه میزان از ظرفیت تولید به هر یک از این دو روش تخصیص یابد، بدون اینکه محدود به تکمیل محصولات نیمه‌آماده باشد.

در این پژوهش اولویت‌بندی مشتریان صورت گرفته است و در واقع تمام مشتریان برای سیستم اهمیت یکسانی نداشته و پذیرش سفارشات و تأمین تقاضای مشتریان براساس همین اولویت‌بندی انجام می‌گیرد و همچنین ناراضیاتی مشتریان هم براین اساس محاسبه می‌شود. قابل ذکر است که در این پژوهش امکان انتخاب تأمین‌کنندگان بهینه از میان تأمین‌کنندگان موجود نیز فراهم است. همچنین، برخلاف کارهای گذشته که تنها بر تولید تمرکز کرده‌اند، این پژوهش فرآیند نصب و راه‌اندازی را نیز به‌عنوان یک محدودیت عملیاتی کلیدی در نظر گرفته و تأثیر آن را در پذیرش سفارش و تخصیص منابع بررسی کرده است. در محصولاتی مانند بالابرها صنعتی که برای آغاز بهره‌برداری نیاز به فرآیند نصب و راه‌اندازی توسط متخصصان دارند، این عامل تأثیر مستقیمی بر پذیرش سفارش‌ها، تخصیص منابع و برنامه‌ریزی تولید دارد و نمی‌توان آن را نادیده گرفت.

همچنین، وانگ و همکاران [۱۸] به بررسی برنامه‌ریزی سفارشات در سیستم‌های تولید ترکیبی MTS/MTO با در نظر گرفتن استراتژی برون‌سپاری پرداختند. آن‌ها از یک رویکرد بهینه‌سازی ازدحام ذرات با یک عملگر ژنتیکی خودانطباقی برای بهینه‌سازی تصمیمات تولید استفاده کردند. نتایج تحقیق آن‌ها نشان داد که استفاده از استراتژی برون‌سپاری در شرایط خاص می‌تواند به کاهش هزینه‌های تولید و بهبود عملکرد سیستم کمک کند. این موضوع نشان‌دهنده اهمیت انعطاف‌پذیری در تصمیمات برنامه‌ریزی تولید در سیستم‌های ترکیبی است.

در مطالعه‌ای دیگر، صادقی آهنگر و ربانی [۱۹] یک چارچوب تصمیم‌گیری سناریو-محور را برای فرآیند وعده‌دهی سفارش (Order Promising) در سیستم‌های ترکیبی MTS/MTO توسعه دادند. مدل آن‌ها امکان جایگزینی محصولات را نیز در نظر گرفت تا سفارش‌های دریافتی بتوانند بهینه‌تر به محصولات موجود یا تولیدشده تخصیص یابند. یافته‌های پژوهش آن‌ها نشان داد که در نظر گرفتن جایگزینی محصولات می‌تواند نرخ تحقق سفارشات را افزایش داده و تأخیرهای ناشی از کمبود موجودی را کاهش دهد.

جدول (۱) مروری بر مطالعات مرتبط در زمینه پذیرش سفارش و برنامه‌ریزی تولید در سیستم‌های MTS/MTO ارائه می‌دهد. بیشتر مطالعات پیشین، سیستم‌های ترکیبی را به‌گونه‌ای مدل‌سازی کرده‌اند که تولید واقعی تنها برای محصولات MTO انجام می‌شود، درحالی‌که محصولات MTS صرفاً به‌عنوان محصولات نیمه‌آماده در انبار در نظر گرفته می‌شوند و در مراحل بعدی فرآیند، تکمیل شده و به‌عنوان

جدول (۱). خلاصه بررسی پژوهش‌های پیشین مرتبط با موضوع

منابع	سال	نوع مدل	تابع هدف	دوره زمانی	تولید جداگانه MTO و MTS	اولویت‌بندی مشتریان	استفاده از منابع مشترک نصب و راه‌اندازی	در نظر گرفتن مطالعه
بمیستر بور و همکاران [۳]	۲۰۱۷	✓	✓	✓				✓
وانگ و همکاران [۱۳]	۲۰۱۹	✓	✓	✓			✓	✓
عابدی و ژو [۱۵]	۲۰۲۰	✓	✓	✓			✓	✓
شیونگ و همکاران [۷]	۲۰۲۰	✓	✓	✓			✓	✓
تارحان و اوغوز [۱]	۲۰۲۲	✓	✓	✓				✓
وانگ و همکاران [۱۸]	۲۰۲۳	✓	✓	✓			✓	✓
صادقی آهنگر و ربانی [۱۹]	۲۰۲۴	✓	✓	✓		✓	✓	✓
مطالعه حاضر		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

## ۳. شرح مسأله و مدل‌سازی

در این پژوهش یک محیط تولید ترکیبی در نظر گرفته شده است که به‌طور هم‌زمان محصولاتی را به سفارش مشتریان و محصولاتی را به‌جهت ذخیره‌سازی در انبار تولید می‌کند. در واقع در سیستم‌های تولید ترکیبی ضمن ارائه سطح مناسبی از سفارشی‌سازی لازم است محصولات در تیراژ بالایی نیز تولید شوند تا پاسخ‌گویی نیاز مشتریان باشند. مواد اولیه موردنیاز برای تولید از چندین تأمین‌کننده تهیه می‌شود و زنجیره‌تأمین شامل سه بخش اصلی است: تأمین‌کنندگان، تولیدکننده، و مشتریان.

علت انتخاب سیستم تولیدی ترکیبی MTS/MTO در این پژوهش این است که در محیط تولیدی مورد مطالعه، برخی محصولات از پیش تولید و ذخیره می‌شوند (MTS)، در حالی که برخی دیگر تنها پس از دریافت سفارش تولید می‌شوند. (MTO) این سیستم امکان تخصیص بهینه ظرفیت تولید را فراهم می‌کند تا ضمن حداکثرسازی سود، نارضایتی مشتریان نیز کاهش یابد. سایر روش‌های مدیریت تولید، مانند DDMRP، عمدتاً بر کنترل موجودی مواد اولیه و تنظیم نقطه سفارش تمرکز دارند، اما در این پژوهش، تمرکز اصلی بر پذیرش سفارشات و بهینه‌سازی ظرفیت تولید است.

در مدل پیشنهادی، MTS و MTO به‌عنوان دو سیستم تولیدی مجزا در نظر گرفته شده‌اند، نه دو روش تولیدی متفاوت. تفاوت اصلی این دو سیستم در نحوه مدیریت سفارشات، زمان شروع تولید، و تأثیر آن بر تخصیص ظرفیت تولید و سودآوری است. در کارخانه مورد بررسی، محصولات تولیدشده در یکی از دو دسته زیر قرار می‌گیرند. محصولات کاتالوگ‌بیس (MTS): این محصولات مطابق با تقاضای معمول بازار و براساس پیش‌بینی تولید شده و در انبار ذخیره می‌شوند. در صورت درخواست مشتری، محصول از انبار به‌فروش می‌رسد.

محصولات سفارشی (MTO): این محصولات دارای ویژگی‌های خاص (مانند ارتفاع بلندتر یا طراحی سفارشی) هستند که در تقاضای عمومی بازار وجود ندارند و تنها پس از پذیرش سفارش مشتری تولید می‌شوند.

در هر دو سیستم، مواد اولیه و منابع تولیدی یکسان هستند، اما تفاوت در میزان نفر-ساعت موردنیاز برای تولید و نصب، میزان مصرف مواد اولیه، و قیمت نهایی آن‌هاست. به‌دلیل این تفاوت‌ها، در مدل پیشنهادی، پارامترها و متغیرهای جداگانه‌ای برای هر یک از این دو سیستم تعریف شده است.

هدف از این جداسازی در مدل‌سازی، ایجاد تمایز در فرآیند تولید نیست، بلکه انجام تحلیل‌های دقیق‌تر در مورد سودآوری و تخصیص ظرفیت است. در واقع، مدل پیشنهادی امکان می‌دهد که سیستم تصمیم بگیرد که در شرایط مختلف تقاضا، تمرکز تولید و فروش باید روی کدام دسته از محصولات باشد تا حاشیه سود و کارایی تولید بهینه شود.

بدون این تفکیک، امکان تحلیل تأثیر تغییرات تقاضا بر رفتار سیستم و تصمیمات تولیدی وجود نداشت. این مدل کمک می‌کند که

بتوان در سناریوهای مختلف بازار، بهترین ترکیب تولید را انتخاب کرد و واکنش سیستم به تغییرات تقاضا را مورد بررسی قرار داد. بنابراین، این تفکیک از منظر مدیریت و برنامه‌ریزی تولید انجام شده است، نه به‌دلیل تفاوت در روش تولید.

برای این محیط تولید، یک مدل ریاضی دوهدفه طراحی شده است. هدف اول مدل، حداکثرسازی سود سیستم و هدف دوم، حداقل سازی نارضایتی مشتریان است. در این مدل دو سیستم تولیدی MTS و MTO به‌صورت هم‌زمان در نظر گرفته شده است که به‌صورت مشترک از ظرفیت تولید سیستم استفاده می‌کنند. محصولات MTO براساس سفارش مشتریان تولید می‌شوند، در حالی که محصولات MTS برای ذخیره‌سازی و پاسخ به تقاضای آینده تولید می‌شوند.

در مدل پیشنهادی، مشتریان به دو دسته اصلی تقسیم شده‌اند: مشتریان وفادار و مشتریان گذری. این دسته‌بندی باهدف حداقل‌سازی نارضایتی مشتریان انجام شده است، زیرا مشتریان وفادار حساسیت بیشتری به رد شدن سفارش و عدم تأمین تقاضا دارند و از دست دادن این مشتریان در بلندمدت می‌تواند تأثیر منفی بر فروش و سودآوری سیستم داشته باشد. اگرچه تابع هدف دوم مدل (حداقل‌سازی نارضایتی) به‌طور مستقیم از این دسته‌بندی تأثیر می‌پذیرد، اما این موضوع در بلندمدت به‌طور غیرمستقیم بر سودآوری نیز تأثیرگذار خواهد بود. هدف از این دسته‌بندی دو سطحی، ایجاد تعادلی بین حفظ مشتریان کلیدی و بهینه‌سازی پذیرش سفارشات است.

همان‌طور که گفته شد در مدل پیشنهادی، تابع هدف اول، حداکثرسازی سود است که به‌طور مستقیم میزان سفارشات پذیرفته‌شده را در بر می‌گیرد. اما تابع هدف دوم، حداقل‌سازی نارضایتی مشتریان، براساس اولویت‌بندی آن‌ها تعریف شده است. در این مدل، مشتریان براساس میزان وفاداری و اهمیتشان برای سیستم، در دسته‌های مختلفی قرار گرفته‌اند. سیستم تلاش می‌کند سفارش مشتریانی را که اولویت بالاتری دارند، در اولویت پذیرش قرار دهد، زیرا عدم تأمین تقاضای این مشتریان می‌تواند در بلندمدت تأثیر منفی بر سودآوری داشته باشد. در مقابل، رد شدن سفارش مشتریان گذری تأثیر کمتری بر عملکرد کلی سیستم دارد. بنابراین، حداقل‌سازی نارضایتی در مدل پیشنهادی یک معیار کلیدی برای حفظ مشتریان ارزشمند و بهینه‌سازی تصمیمات پذیرش سفارش است.

محصول اصلی مورد بررسی در این پژوهش، یک بالابر صنعتی است که علاوه بر تولید، نیاز به نصب و راه‌اندازی تخصصی در محل مشتری دارد. مدل ارائه شده به‌صورت چنددوره‌ای و چندمحصولی است؛ به‌طوری که فروش محصولات MTS از موجودی انبار انجام می‌شود و محصولات MTO باید در همان دوره تولید و به مشتری تحویل داده شوند. تأخیر در تحویل سفارش‌ها مجاز نیست و مواد اولیه برای تولید محصولات MTS و MTO یکسان است. همچنین، ظرفیت تولید و نصب به‌صورت نفر-ساعت تعریف شده و برای پاسخ به تقاضای بیشتر، امکان اضافه‌کاری نیز وجود دارد. سایر مفروضات مسأله به‌شرح زیر می‌باشد:

پذیرش یا رد سفارش فقط برای محصولات MTO انجام می‌شود و امکان پذیرش جزئی سفارش‌ها وجود دارد. محصولات MTS براساس موجودی انبار فروخته می‌شوند و امکان سفارش عقب‌افتاده برای هیچ‌یک از محصولات وجود ندارد.	$\overline{CIV}_j^{MTO}$	هزینه متغیر نصب و راه‌اندازی یک واحد محصول نوع j که به‌روش MTO تولید شده است.
نارضایتی مشتریان به دلیل رد شدن یا ناقص برآورده شدن سفارش‌ها ایجاد شده و براساس تعداد واحدهای برآورده نشده محاسبه می‌شود و در تابع هدف دوم حداقل می‌شود.	$Clf$	هزینه ثابت نصب و راه‌اندازی به‌ازای درخواست از طرف هر مشتری
مواد اولیه محصولات MTO و MTS یکسان بوده و از تأمین‌کنندگان مختلف خریداری و در انبار مواد اولیه بدون محدودیت ظرفیتی ذخیره می‌شود.	$Cm_{s,m}$	هزینه ی خرید یک کیلوگرم از مواد اولیه نوع m از تأمین‌کننده‌ی s
هزینه نگهداری به موجودی انبار محصولات MTS و مواد اولیه تعلق می‌گیرد.	$h_{t,i}$	هزینه نگهداری یک واحد محصول نوع i در انبار محصولات MTS در دوره t
تأخیر در تحویل محصولات مجاز نیست. سفارش‌های MTO باید در همان دوره تولید و تحویل شوند و محصولات MTS بلافاصله از موجودی انبار تأمین می‌شوند.	$\bar{h}_{t,m}$	هزینه نگهداری یک کیلوگرم مواد اولیه نوع m در انبار مواد اولیه در دوره t
تولید هر واحد از محصولات MTS یا MTO شامل هزینه‌های ثابت و متغیر تولید است	$KP$	ظرفیت تولید محصولات MTS و MTO برحسب نفر-ساعت در هر دوره
نصب و راه‌اندازی شامل هزینه ثابت و متغیر بوده و در همان دوره انجام می‌شود.	$KI$	ظرفیت نصب و راه‌اندازی محصولات MTS و MTO برحسب نفر-ساعت در هر دوره
مقدار تولید محصولات MTO در هر دوره برابر با سفارش‌های پذیرفته شده در همان دوره است.	$KS$	ظرفیت انبار محصول برای محصولات MTS برحسب متر مکعب
این مفروضات به‌طور کامل ساختار و محدودیت‌های زنجیره‌تأمین و سیستم تولید ترکیبی MTS-MTO را تعریف می‌کنند.	$KRS_{t,s,m}$	ظرفیت تأمین مواد اولیه نوع m از تأمین‌کننده s در دوره t برحسب کیلوگرم
	$KPO_t^{Max}$	حداکثر ظرفیت اضافه‌کاری در دسترس برای تولید در دوره t برحسب نفر-ساعت
	$KIO_t^{Max}$	حداکثر ظرفیت اضافه‌کاری در دسترس برای نصب و راه‌اندازی در دوره t برحسب نفر-ساعت
	$P_i^{MTS}$	قیمت فروش یک واحد محصول نوع i که به‌روش MTS تولید شده است.
	$\bar{P}_j^{MTO}$	قیمت فروش یک واحد محصول نوع j که به‌روش MTO تولید شده است.
	$P_i^{MTS}$	قیمت نصب و راه‌اندازی یک واحد محصول نوع i که به‌روش MTS تولید شده است.
	$\bar{P}_j^{MTO}$	قیمت نصب و راه‌اندازی یک واحد محصول نوع j که به‌روش MTO تولید شده است.
	$D_{t,c,i}^{MTS}$	تعداد تقاضای مشتری c از محصول نوع i (که به‌روش MTS تولید شده است) در دوره t
	$\bar{D}_{t,c,j}^{MTO}$	تعداد تقاضای مشتری c از محصول نوع j (که به‌روش MTO تولید شده است) در دوره t
	$N_{i,m}^{MTS}$	مقدار مواد اولیه از نوع m که برای تولید یک واحد محصول محصول نوع i به‌روش MTS نیاز است برحسب کیلوگرم
	$\bar{N}_{j,m}^{MTO}$	مقدار مواد اولیه از نوع m که برای تولید یک واحد محصول محصول نوع j به‌روش MTO نیاز است برحسب کیلوگرم
	$QR_m$	موجودی ابتدای دوره اول از ماده اولیه نوع m برحسب کیلوگرم
	$QP_i$	موجودی ابتدای دوره اول از محصول MTS نوع i
		مجموعه‌ها
		i اندیس نوع محصولات MTS
		j اندیس نوع محصولات MTO
		c اندیس مشتریان
		t اندیس دوره‌های زمانی
		s اندیس تأمین‌کنندگان
		m اندیس نوع مواد اولیه
		پارامترها
		$CPV_i^{MTS}$ هزینه متغیر تولید یک واحد محصول نوع i که به‌روش MTS تولید شده است.
		$\overline{CPV}_j^{MTO}$ هزینه متغیر تولید یک واحد محصول نوع j که به‌روش MTO تولید شده است.
		$CPf$ هزینه ثابت تولید در هر دوره
		$CPO$ هزینه اضافه‌کاری یک نفر ساعت برای تولید محصولات MTS و MTO
		$CIO$ هزینه اضافه‌کاری یک نفر-ساعت برای نصب و راه‌اندازی محصولات MTS و MTO
		$CIV_i^{MTS}$ هزینه متغیر نصب و راه‌اندازی یک واحد محصول نوع i که به‌روش MTS تولید شده است.

ساعت	برحسب واحد محصول	
میزان استفاده از اضافه‌کاری در دسترس برای نصب و راه‌اندازی محصولات MTS و MTO در دوره t	میزان فضای اشغال شده از انبار توسط یک واحد محصول نوع i که به‌روش MTS تولید شده است	$\mu_i$
برحسب نفر ساعت	برحسب متر مکعب	
مقدار مواد اولیه خریداری شده نوع m از تأمین‌کننده s در دوره t برحسب کیلوگرم	تعداد نفر-ساعت موردنیاز برای تولید یک واحد از محصول نوع i که به‌روش MTS تولید می‌شود.	$\beta_i$
متغیر باینری در صورتی که در دوره t حتی یک واحد از محصولات MTS یا MTO تولید شود ۱ در غیراین صورت ۰	تعداد نفر-ساعت موردنیاز برای تولید یک واحد از محصول نوع j که به‌روش MTO تولید می‌شود.	$\bar{\beta}_j$
متغیر باینری در صورتی که در دوره t به مشتری c حتی یک واحد از محصولات MTS یا MTO فروش صورت گرفته باشد ۱ در غیراین صورت صفر	تعداد نفر-ساعت موردنیاز برای نصب و راه‌اندازی یک واحد از محصول نوع j که به‌روش MTO تولید شده است.	$\sigma_i$
	تعداد نفر-ساعت موردنیاز برای نصب و راه‌اندازی یک واحد از محصول نوع j که به‌روش MTO تولید شده است.	$\bar{\sigma}_j$

۲-۳. ساختار مدل ریاضی

۱-۲-۳. توابع هدف

تابع هدف اول

$$obj1 = \max Z1 = K1 + K2 - (G1 + G2 + G3 + G4 + G5 + G6 + G7) \quad (1)$$

$$K1 = \sum_i \sum_t \sum_c A_{t,c,i}^{MTS} \times P_i^{MTS} + \sum_j \sum_t \sum_c \bar{A}_{t,c,j}^{MTO} \times \bar{P}_j^{MTO} \quad (2)$$

$$K2 = \sum_i \sum_t \sum_c A_{t,c,i}^{MTS} \times P_i^{MTS} \times U_c + \sum_j \sum_t \sum_c \bar{A}_{t,c,j}^{MTO} \times \bar{P}_j^{MTO} \times U_c \quad (3)$$

$$G1 = \sum_i \sum_t P_{t,i}^{MTS} \times CPV_i^{MTS} + \sum_t \sum_c \sum_j \bar{P}_{t,c,j}^{MTO} \times \bar{CPV}_j^{MTO} + \sum_t CPf \times y_t \quad (4)$$

$$G2 = \sum_i \sum_t \sum_c A_{t,c,i}^{MTS} \times CIV_i^{MTS} \times U_c + \sum_i \sum_t \sum_c \bar{A}_{t,c,j}^{MTO} \times \bar{CIV}_j^{MTO} \times U_c \quad (5)$$

$$G3 = \sum_t \sum_c U_c \times x_{t,c} \times CIf \quad (6)$$

$$G4 = \sum_t PO_t \times CPO \quad (7)$$

$$G5 = \sum_t IO_t \times CIO \quad (8)$$

$$G6 = \sum_t \sum_i h_{t,i} \times I_{t,i} + \sum_t \sum_m \bar{h}_{t,m} \times Q_{t,m} \quad (9)$$

$$G7 = \sum_s \sum_m \sum_t RM_{t,s,m} \times Cm_{s,m} \quad (10)$$

تابع هدف دوم

$$obj2 = \min Z2 = L1 + L2 \quad (11)$$

$$L1 = \sum_t \sum_c \sum_i ((D_{t,c,i}^{MTS} - A_{t,c,i}^{MTS}) \times TPC_c) \times \alpha1 \quad (12)$$

$$L2 = \sum_t \sum_c \sum_j ((\bar{D}_{t,c,j}^{MTO} - \bar{A}_{t,c,j}^{MTO}) \times TPC_c) \times \alpha2 \quad (13)$$

ضریب باینری برای درخواست نصب و راه‌اندازی از طرف هر مشتری به‌صورتی که اگر مشتری c درخواست نصب و راه‌اندازی داشته باشد ۱ و در غیراین صورت صفر است.

ضریب میزان اهمیت مشتریان اولویت اول و دوم برای سیستم

ضریب میزان اهمیت ناراضیاتی ایجاد شده از برآورده نکردن یا ناقص برآورده کردن تقاضای مشتری c از محصولات MTS در تابع هدف دوم

ضریب میزان اهمیت ناراضیاتی ایجاد شده از رد کردن سفارش مشتری c از محصولات MTO در تابع هدف دوم

\* مجموع ضرایب ناراضیاتی در تابع هدف دوم، باید برابر با ۱ باشد تا اهمیت نسبی هر کدام از عوامل ناراضیاتی مشخص شود.

M یک عدد مثبت بسیار بزرگ

متغیرهای تصمیم‌گیری

تعداد فروش محصول نوع i در دوره t به مشتری c که به‌روش MTS تولید شده است.

تعداد فروش محصول نوع j در دوره t به مشتری c که به‌روش MTO تولید شده است.

تعداد تولید محصول نوع i در دوره t به‌روش MTS

تعداد تولید محصول نوع j برای مشتری c در دوره t به‌روش MTO

تعداد محصول نوع i (که به‌روش MTS تولید شده است) موجود در انبار محصولات در دوره t

میزان مواد اولیه نوع m موجود در انبار مواد اولیه برحسب کیلوگرم در دوره t

میزان استفاده از اضافه‌کاری در دسترس برای تولید محصولات MTS و MTO در دوره t برحسب نفر

کردن سود و تابع هدف دوم مربوط به حداقل کردن نارضایتی مشتریان می‌باشد. هدف نهایی مسأله این است که باتوجه به محدودیت‌های موجود، سفارشات پذیرش و تقاضاهایی پاسخ داده شوند که بیشترین سود و کمترین نارضایتی از طرف مشتریان حاصل گردد. در ادامه به توضیح توابع هدف و محدودیت‌ها می‌پردازیم.

**توابع هدف**

عبارت شماره (۱) تابع هدف اول مدل بوده که هدف آن حداکثر کردن سود سیستم از طریق کم کردن کل هزینه‌های سیستم از کل درآمد حاصل شده، می‌باشد.

عبارت (۲) بیانگر درآمد حاصل از فروش محصولات MTS و MTO می‌باشد. عبارت (۳) نیز بیانگر درآمد حاصل از نصب و راه‌اندازی محصولات MTS و MTO می‌باشد. در صورتی که مشتریان درخواست نصب و راه‌اندازی داشته باشند و سیستم نیز ظرفیت داشته باشد، این درآمد از طرف مشتریان حاصل می‌شود.

در عبارت (۴) هزینه تولید محصولات محاسبه می‌شود. به‌ازای تولید در هر دوره یک هزینه ثابت و به‌ازای تولید هر نوع محصول محصولات MTS و MTO یک هزینه متغیر تولید محاسبه می‌شود. عبارت (۵) هزینه متغیر برای نصب و راه‌اندازی هر نوع محصول از محصولات MTS و MTO و در عبارت (۶) هزینه ثابت بابت هر درخواست نصب و راه‌اندازی از طرف مشتریان محاسبه می‌شود. در عبارت (۷) و (۸) به ترتیب هزینه اضافه‌کاری برای تولید محصولات و نصب و راه‌اندازی محصولات محاسبه می‌شود.

در عبارت (۹) هزینه نگهداری محصولات MTS در انبار محصولات و هزینه نگهداری مواد اولیه در انبار مواد اولیه و در عبارت (۱۰) هزینه خرید مواد اولیه از تأمین‌کنندگان محاسبه می‌شود.

عبارت (۱۱) تابع هدف دوم مدل می‌باشد که هدف آن حداقل کردن نارضایتی مشتریان است. عبارت (۱۲) بیانگر میزان نارضایتی ایجاد شده از ناقص برآورده کردن یا برآورده نکردن سفارشات مشتریان از محصولات MTS برحسب تعداد محصول برآورده نشده، و عبارت (۱۳) بیانگر میزان نارضایتی ایجاد شده از رد سفارشات مشتریان از محصولات MTO برحسب تعداد محصولات رد شده با در نظر گرفتن اولویت‌بندی مشتریان می‌باشد.

**محدودیت‌ها**

عبارت (۱۴) مربوط به موجودی انبار محصولات MTS است. این موجودی شامل محصولات MTS تولید شده در دوره قبل است، که به انبار محصولات اضافه می‌شوند و همچنین موجودی باقی‌مانده و فروش‌رفته از دوره‌های قبلی نیز در رابطه موجودی محاسبه می‌شوند. عبارت (۱۵) نیز بیانگر موجودی ابتدای دوره اول انبار محصولات می‌باشد. در عبارت (۱۶) به ظرفیت انبار محصولات پرداخته می‌شود و بیانگر این است که مجموع موجودی محصولات MTS نباید از ظرفیت انبار محصولات بیشتر شود.

عبارت (۱۷) بیان می‌کند که تعداد فروش از محصولات MTS به مشتری نباید بیشتر از تقاضای او باشد و عبارت (۱۸) نیز بیان می‌کند

**۱-۲-۳. محدودیت‌های مدل**

$$I_{t,i} = I_{t-1,i} + P_{t-1,i}^{MTS} - \sum_c A_{t-1,c,i}^{MTS} \quad \forall t \geq 2, i \quad (14)$$

$$I_{t,i} = QP_i \quad \forall t = 1, i \quad (15)$$

$$\sum_i I_{t,i} \times \mu_i \leq KS \quad \forall t \quad (16)$$

$$A_{t,c,i}^{MTS} \leq D_{t,c,i}^{MTS} \quad \forall t, c, i \quad (17)$$

$$\sum_c A_{t,c,i}^{MTS} \leq I_{t,i} \quad \forall t, i \quad (18)$$

$$\bar{A}_{t,c,j}^{MTO} \leq \bar{D}_{t,c,j}^{MTO} \quad \forall t, c, j \quad (19)$$

$$\bar{A}_{t,c,j}^{MTO} = \bar{P}_{t,c,j}^{MTO} \quad \forall t, c, i \quad (20)$$

$$\sum_i P_{t,i}^{MTS} \times \beta_i + \sum_c \sum_j \bar{P}_{t,c,j}^{MTO} \times \bar{\beta}_j \leq KP + PO_t \quad \forall t \quad (21)$$

$$PO_t \leq KPO_t^{Max} \quad \forall t \quad (22)$$

$$RM_{t,s,m} \leq KRS_{t,s,m} \quad \forall t, s, m \quad (23)$$

$$Q_{t,m} = Q_{t-1,m} - \left( \sum_i P_{t-1,i}^{MTS} \times N_{i,m}^{MTS} \right) - \left( \sum_c \sum_j \bar{P}_{t-1,c,j}^{MTO} \times \bar{N}_{j,m}^{MTO} \right) + \sum_s RM_{t,s,m} \quad \forall t \geq 2, m \quad (24)$$

$$Q_{t,m} = QR_m \quad \forall t = 1, m \quad (25)$$

$$\sum_i P_{t,i}^{MTS} \times N_{i,m}^{MTS} + \sum_c \sum_j \bar{P}_{t,c,j}^{MTO} \times \bar{N}_{j,m}^{MTO} \leq Q_{t,m} \quad \forall t, m \quad (26)$$

$$\sum_c \left( \left( \sum_i A_{t,c,i}^{MTS} \times \sigma_i \right) + \left( \sum_j \bar{A}_{t,c,j}^{MTO} \times \bar{\sigma}_j \right) \right) \times U_c \leq KI + IO_t \quad \forall t \quad (27)$$

$$IO_t \leq KIO_t^{Max} \quad \forall t \quad (28)$$

$$\sum_i A_{t,c,i}^{MTS} + \sum_j \bar{A}_{t,c,j}^{MTO} \leq x_{t,c} \times M \quad \forall t, c \quad (29)$$

$$x_{t,c} \leq \sum_i A_{t,c,i}^{MTS} + \sum_j \bar{A}_{t,c,j}^{MTO} \quad \forall t, c \quad (30)$$

$$\sum_i P_{t,i}^{MTS} + \sum_c \sum_j \bar{P}_{t,c,j}^{MTO} \leq M \times y_t \quad \forall t \quad (31)$$

$$y_t \leq \sum_i P_{t,i}^{MTS} + \sum_c \sum_j \bar{P}_{t,c,j}^{MTO} \quad \forall t \quad (32)$$

$$x_{t,c}, y_t \in \{0,1\} \quad (33)$$

$$A_{t,c,i}^{MTS}, \bar{A}_{t,c,j}^{MTO}, I_{t,i}, P_{t,i}^{MTS}, \bar{P}_{t,c,j}^{MTO}, PO_t, IO_t \in \{0,1,2,3, \dots\} \quad (34)$$

**۳-۳. توضیحات مدل ریاضی**

در این بخش به توضیح مدل ریاضی پرداخته می‌شود و عملکرد هر کدام از عبارات توابع هدف و محدودیت‌ها بیان شده و مورد بررسی قرار می‌گیرد. مدل ریاضی ارائه شده به صورت برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط (MILP) و دوهدفه می‌باشد. تابع هدف اول مربوط حداکثر

#### ۴. روش حل

مدل پیشنهادی یک مدل دوهدفه است که برای حل آن از روش اپسیلون-محدودیت تقویت‌شده استفاده شده است [۲۰]. این روش یکی از رویکردهای متداول در حل مسائل بهینه‌سازی چندهدفه است که در آن یکی از توابع هدف بهینه می‌شود، در حالی که سایر توابع هدف به‌عنوان محدودیت‌هایی با مقدار اپسیلون در نظر گرفته می‌شوند.

در روش اپسیلون-محدودیت تقویت‌شده، ابتدا مسأله با یک تابع هدف حل شده و حد بالا و پایین برای مقدار اپسیلون تعیین می‌شود. سپس، براساس این مقادیر، یک گام مشخص در نظر گرفته شده و مقادیر اپسیلون در بازه تعریف شده مشخص می‌شوند. مسأله در یک چرخه تکراری با مقادیر مختلف اپسیلون حل می‌شود تا مجموعه‌ای از جواب‌های بهینه چندگانه (مجموعه پارتو) به دست آید. هیچ‌یک از این جواب‌ها نسبت به یکدیگر برتری ندارند، بلکه نشان‌دهنده مبادله بین دو تابع هدف (trade-off) در شرایط مختلف هستند. این ویژگی باعث می‌شود که مدل بتواند رابطه بین حداکثرسازی سود و حداقل‌سازی نارضایتی مشتریان را تحلیل کرده و مجموعه‌ای از راه‌حل‌های کارآمد را ارائه دهد.

از جمله مزایای این روش می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- تولید مجموعه‌ای از جواب‌های پارتو که امکان تحلیل بهتر تصمیمات چندهدفه را فراهم می‌کند.
- جلوگیری از حذف نقاط بهینه‌ای که ممکن است در روش اپسیلون-محدودیت استاندارد نادیده گرفته شوند.
- حفظ یکنواختی و کیفیت نقاط پارتو برای تصمیم‌گیری بهتر در محیط‌های واقعی.

برای بررسی صحت مدل و عملکرد روش حل، ابتدا مسأله در مقیاس کوچک حل شد تا امکان‌پذیری مدل و رفتار توابع هدف بررسی شود. در این مرحله، مدل بر روی مجموعه‌ای از داده‌های تستی کوچک اجرا شد تا تأثیر تغییرات در محدودیت‌ها و متغیرهای کلیدی ارزیابی شود. این تحلیل به ما این امکان را داد که رفتار مدل را پیش از اعمال آن در مطالعه موردی واقعی بررسی کرده و صحت راه‌حل‌ها را تأیید کنیم.

پس از بررسی امکان‌پذیری مدل، مطالعه موردی براساس داده‌های واقعی اجرا شد. در این مرحله، ابتدا پارامترهای مدل از اطلاعات واقعی استخراج شد و سپس روش اپسیلون-محدودیت تقویت‌شده اجرا شد. این روش مجموعه‌ای از راه‌حل‌های بهینه پارتو را ارائه داد که امکان تحلیل‌های لازم را فراهم کرد. نتایج به دست آمده در بخش تحلیل نتایج ارائه شده است.

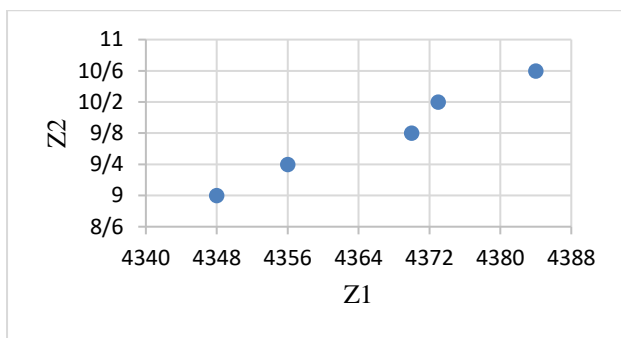
برای حل مسأله در ابعاد بزرگتر نیز، از روش آزادسازی لاگرانژ استفاده شده است. این روش با تقسیم مسأله اصلی به زیرمسئله‌های ساده‌تر و حذف برخی محدودیت‌ها، امکان کاهش پیچیدگی محاسباتی را فراهم می‌کند. در مدل ما، این ویژگی باعث شده است که بتوانیم مسائل بزرگتر را با زمان حل معقول‌تر مدیریت کرده و همچنین بهینه‌بودن راه‌حل‌ها را تضمین کنیم. علاوه بر این، آزادسازی لاگرانژ به

که مجموع تعداد فروش محصولات MTS به مشتریان، نباید بیشتر از موجودی انبار باشد. در عبارت (۱۹) بیان می‌شود که تعداد فروش هر نوع از محصولات MTO به هر مشتری و در هر دوره نباید بیشتر از تقاضای او باشد و عبارت (۲۰) به این موضوع می‌پردازد که تعداد فروش هر نوع از محصولات MTO به هر مشتری و در هر دوره باید برابر با تعداد تولید از همان نوع محصول MTO برای همان مشتری و در همان دوره باشد. این عبارت بیان می‌کند که همه محصولات MTO که به سفارش مشتری تولید می‌شوند، باید به همان مشتری در همان دوره فروخته شوند و هیچ محصول اضافی تولید نخواهد شد که در انبار نگهداری شود. در واقع تا سفارشی پذیرفته نشود و فروشی از محصولات MTO انجام نگردد، هیچ‌کدام از محصولات MTO تولید نخواهد شد. در عبارت (۲۱) بیان می‌شود که مجموع نفر-ساعت موردنیاز برای تولید محصولات MTS و MTO نباید از ظرفیت موجود به علاوه اضافه‌کاری برای تولید، بیشتر شود. عبارت (۲۲) بیان می‌کند میزان اضافه‌کاری برای تولید محصولات MTS و MTO در هر دوره، نباید از حداکثر ظرفیت اضافه‌کاری در دسترس برای تولید در آن دوره بیشتر شود.

عبارت (۲۳) مربوط به ظرفیت تأمین‌کنندگان مواد اولیه می‌باشد و بیان می‌کند که مقدار مواد اولیه خریداری شده از هر تأمین‌کننده، نباید از ظرفیت تأمین هر تأمین‌کننده بیشتر شود. عبارت (۲۴) بیانگر موجودی انبار مواد اولیه بوده که شامل مواد اولیه خریداری شده در دوره فعلی و مواد اولیه باقی‌مانده از فرآیند تولید محصولات MTO و MTS در دوره‌های قبل می‌باشد و عبارت (۲۵) بیانگر موجودی ابتدای دوره اول انبار مواد اولیه می‌باشد. عبارت (۲۶) بیانگر این است که مجموع مقدار مواد اولیه موردنیاز برای تولید محصولات نباید از مقدار موجودی در انبار مواد اولیه بیشتر شود.

عبارت (۲۷) مربوط به ظرفیت نصب و راه‌اندازی است و بیان می‌کند که مجموع نفر-ساعت موردنیاز برای نصب و راه‌اندازی محصولات نباید از ظرفیت موجود به علاوه ظرفیت اضافه‌کاری برای نصب و راه‌اندازی بیشتر شود. عبارت (۲۸) بیان می‌کند میزان اضافه‌کاری برای نصب و راه‌اندازی محصولات MTS و MTO در هر دوره، نباید از حداکثر ظرفیت اضافه‌کاری در دسترس برای نصب و راه‌اندازی در آن دوره بیشتر شود.

عبارات (۲۹) و (۳۰) تعیین‌کننده مقدار متغیر باینری  $x_{t,c}$  می‌باشد. اگر این متغیر مقدار یک بگیرد به معنای آن است که در آن دوره از محصولات MTS و MTO به مشتریان فروش صورت گرفته است و در غیر این صورت در آن دوره هیچ فروشی از هیچ‌کدام از محصولات صورت نگرفته است. این متغیر در محاسبه هزینه ثابت نصب و راه‌اندازی کاربرد دارد. عبارات (۳۱) و (۳۲) نیز تعیین‌کننده مقدار متغیر باینری  $y_t$  می‌باشد. به این صورت که اگر این متغیر مقدار یک بگیرد به معنای آن است که در آن دوره تولید صورت گرفته است و این متغیر در محاسبه هزینه ثابت تولید کاربرد دارد و همچنین عبارات (۳۳) و (۳۴) مربوط به تعیین علامت متغیرها می‌باشد.



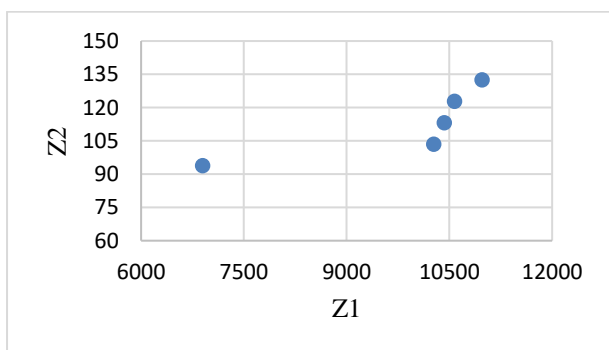
شکل (۱). نمودار پارتو مقادیر بهینه مثال عدد اول

### ۵-۲. اعتبارسنجی مدل با مثال عددی در ابعاد متوسط

در این بخش یک مثال عددی دیگر در ابعاد متوسط تعریف و حل شده است. در واقع این مثال گسترش مثال قبلی بوده و به جهت ارزیابی و اعتبارسنجی مدل در ابعاد بزرگتر پیش از پیاده‌سازی و حل مدل با داده‌های واقعی طراحی شده است. فرض کنید که کارخانه‌ای در حال تولید سه نوع محصول استاندارد (MTS) برای استفاده عمومی و ذخیره‌سازی، و سه نوع محصول سفارشی (MTO) براساس نیازهای خاص مشتریان است. برای تولید این محصولات به سه نوع ماده اولیه نیاز است که این مواد از سه تأمین‌کننده اصلی تأمین می‌شوند. در این مثال، سه مشتری در نظر گرفته شده است که براساس سیاست‌های شرکت اولویت‌بندی می‌شوند. مشتری ۱ و مشتری ۲ در اولویت دوم و مشتری ۳ در اولویت اول قرار دارند. این سه مشتری هرکدام در چهار دوره زمانی مجزا سفارشات خود را ثبت کرده‌اند. نتایج در جدول (۳) و نمودار پارتو در شکل (۲) ارائه شده است.

جدول (۳). مقادیر بهینه توابع هدف برای مثال عددی

	Z1	Z2
۱	۱۰۹۷۹	۱۳۲/۵
۲	۱۰۵۷۶	۱۲۲/۸۲۵
۳	۱۰۴۲۶	۱۱۳/۱۵
۴	۱۰۲۷۶	۱۰۳/۴۷۵
۵	۶۹۰۰	۹۳/۸



شکل (۲). نمودار پارتو مقادیر بهینه مثال عدد دوم

شکل (۲) نمودار پارتو مقادیر بهینه مثال عددی دوم را نشان می‌دهد. در این مثال، مدل MIP شامل ۲۱۷ متغیر (که ۲۰۴ مورد آن

ما اجازه می‌دهد تا با تنظیم ضرایب لاگرانژی، راه‌حل‌های نزدیک به بهینه را در زمانی کوتاه‌تر نسبت به روش‌های دقیق به دست آوریم. برای اعتبارسنجی این روش در مدل این پژوهش، چندین مثال در ابعاد مختلف با استفاده از این روش حل شده و نتایج آن با حل دقیق مقایسه و بررسی شده است. در بخش آزمایش‌های محاسباتی، ابتدا توضیحی درباره این روش ارائه شده و سپس نتایج حاصل از حل مطالعه موردی با این روش مورد بررسی قرار می‌گیرد.

### ۵. آزمایش‌های محاسباتی

#### ۵-۱. اعتبارسنجی مدل با مثال عددی در ابعاد کوچک

برای حل این مسأله دوهدفه، از روش اسپیلون تقویت‌شده استفاده شده است. این روش یکی از رویکردهای مؤثر برای حل مسائل بهینه‌سازی دوهدفه محسوب می‌شود. برخلاف روش‌هایی که اهداف چندگانه را به یک تابع هدف ترکیبی تبدیل می‌کنند، این روش هر هدف را به صورت مستقل بررسی می‌کند [۲۰].

برای اعتبارسنجی مدل پیشنهادی، مثال عددی اول در ابعاد کوچک تعریف و حل شده است. این مثال برای ارزیابی عملکرد مدل در مقیاس کوچک و بررسی دقت و کارایی آن در محیط تولید صنعتی طراحی شده است. فرض کنید این کارخانه دونوع محصول استاندارد (MTS) تولید می‌کند که برای استفاده عمومی تولید و ذخیره می‌شوند، و دو نوع محصول سفارشی (MTO) که براساس نیازهای خاص مشتریان ساخته می‌شوند. برای تولید این محصولات، دونوع ماده اولیه موردنیاز است که از سوی دو تأمین‌کننده اصلی تأمین می‌شود. در این مثال، دو مشتری نیز در نظر گرفته شده‌اند که براساس سیاست‌های شرکت اولویت‌بندی شده‌اند. به این ترتیب، مشتری ۱ در اولویت اول و مشتری ۲ در اولویت دوم قرار دارد. این دو مشتری سفارشات خود را در دو دوره زمانی جداگانه ثبت کرده‌اند. مجموعه راه‌حل‌های بهینه به دست آمده از حل مسأله با استفاده از روش اسپیلون-محدودیت تقویت‌شده در جدول (۲) ارائه شده است.

جدول (۲). مقادیر بهینه توابع هدف برای مثال عددی

	Z1	Z2
۱	۴۳۸۴	۱۰/۶
۲	۴۳۷۳	۱۰/۲
۳	۴۳۷۰	۹/۸
۴	۴۳۵۶	۹/۴
۵	۴۳۴۸	۹

شکل (۱) نمودار پارتو مقادیر بهینه مثال عددی اول را نشان

می‌دهد.

در مثال اول، مدل شامل ۶۷ متغیر (۵۴ متغیر گسسته) و ۸۰ محدودیت بود در مدت ۰/۲۲ ثانیه حل شد.

جدول (۵) مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم‌گیری مرتبط با فروش محصولات را ارائه می‌دهد.

جدول (۵). مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم‌گیری مرتبط با فروش محصولات

محصولات	MTS	MTO
مجموع فروش محصولات	۲۵۹	۱۴۹
مجموع سفارشات رد شده	-	۲۰۵
مجموع فروش ازدست‌رفته	۲۶	-

#### ۴-۵. حل مدل در ابعاد بزرگتر

روش آزادسازی لاگرانژ به دلیل کاهش پیچیدگی محاسباتی، سرعت بالاتر در حل مسائل بزرگ و امکان به دست آوردن حدود بالا و پایین برای مقدار بهینه، برای حل مدل MILP ما انتخاب شد. روش‌های دقیق مانند CPLEX در ابعاد بزرگ کارایی لازم را ندارند و زمان حل بسیار بالایی دارند. از طرفی، روش‌های فراابتکاری مانند الگوریتم‌های تکاملی، با وجود قابلیت جستجوی وسیع، فاقد حدود مشخص برای بهینگی هستند. در مقابل، روش لاگرانژ با آزاد کردن برخی محدودیت‌ها و تبدیل مدل به زیرمسائل ساده‌تر، نه تنها زمان حل را کاهش می‌دهد، بلکه امکان کنترل و بررسی شکاف بهینگی را نیز فراهم می‌کند. این ویژگی‌ها باعث شد که این روش به عنوان یک راهکار مناسب برای حل مدل در ابعاد بزرگ در این تحقیق مورد استفاده قرار گیرد. برای اعتبارسنجی این روش در مدل این پژوهش، چندین مثال در ابعاد مختلف با استفاده از این روش حل شده و نتایج آن با حل دقیق مقایسه و بررسی شده است. در ادامه، ابتدا توضیحی درباره این روش ارائه شده و سپس نتایج حاصل از حل مطالعه موردی با این روش مورد بررسی قرار می‌گیرد.

روش لاگرانژ (LR) یک روش ابتکاری (heuristic) است [۲۱] که اولین بار توسط فیشر معرفی شد [۲۲]. پس از آن، بسیاری از محققان توسعه‌های متعددی روی این روش حل اعمال کردند. این الگوریتم با ایجاد یک کران بالا یا پایین برای مسأله و بهبود آن در هر مرحله، مسأله را حل می‌کند [۲۳].

الگوریتم Lagrangian Relaxation با آزادسازی محدودیت‌های پیچیده از طریق ضرایب لاگرانژ، مسأله را به چندین زیرمسأله ساده‌تر تبدیل می‌کند. هر یک از محدودیت‌های آزاد شده به یک ضریب لاگرانژ اختصاص داده می‌شود که در طول فرآیند حل مسأله تغییر می‌کند. با تغییر این ضرایب در هر مرحله، پاسخ‌های بهتری برای مسأله تولید می‌شوند [۲۴].

در هر تکرار (iteration)، با تغییر ضرایب لاگرانژ، یک کران جدید (Bound) برای مسأله ایجاد می‌شود که مقدار آن در یک پارامتر به نام Bound ذخیره می‌شود. همچنین، بهترین کران ایجاد شده تاکنون در پارامتری به نام BestBound ذخیره می‌شود. بنابراین، در هر تکرار، اگر مقدار کران جدید حاصل از الگوریتم LR بهتر (کوچک‌تر) از BestBound باشد یعنی  $(Bound \leq BestBound)$ ، مقدار جدید

گسسته هستند) و ۲۳۴ محدودیت است. زمان کلی حل مسأله با استفاده از CPLEX حدود ۲۷۴/۰۲ ثانیه بوده است.

#### ۳-۵. مطالعه موردی

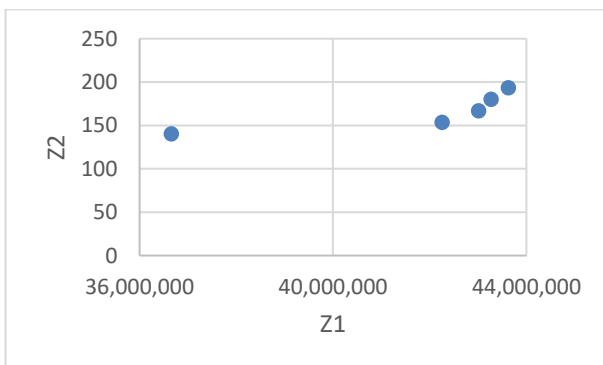
در این بخش، به منظور ارزیابی کاربردی و عملی بودن مدل پیشنهادی، آن را در یک شرکت تولیدی واقعی پیاده‌سازی می‌کنیم. این شرکت که در زمینه تولید بالابرها صنعتی فعالیت دارد، در یک محیط تولید ترکیبی MTS/MTO فعالیت می‌کند. در این مدل، پنج نماینده فروش به عنوان مشتری در نظر گرفته شده‌اند. این نمایندگان به دو دسته تقسیم می‌شوند: نمایندگان انحصاری که فقط محصولات برند شرکت را به فروش می‌رسانند و نمایندگان غیرانحصاری که علاوه بر محصولات شرکت، محصولات برندهای دیگر را نیز عرضه می‌کنند. نمایندگان انحصاری به عنوان مشتریان اولویت اول و نمایندگان غیرانحصاری به عنوان مشتریان اولویت دوم طبقه‌بندی می‌شوند. بر اساس سوابق فروش گذشته، تقاضای هر نماینده قابل تخمین است. افق برنامه‌ریزی برای این شرکت یک سال بوده و شامل ۱۲ دوره زمانی است. این شرکت سه نوع محصول را با روش MTS، و سه نوع محصول دیگر با روش MTO تولید می‌کند. مواد اولیه اصلی برای تولید این محصولات نیز از سه تأمین‌کننده اصلی خریداری می‌شوند. نتایج در جدول (۴) مشاهده می‌شود.

جدول (۴). مقادیر بهینه توابع هدف برای مطالعه موردی

Z1	Z2
*43,622,890	*193.3
43,266,930	180.1
43,011,330	166.9
42,257,150	153.7
36,651,350	140.5

مدل با استفاده از CPLEX حل شد و شامل 981 متغیر و 946 محدودیت بود. زمان حل مدل ۱۷۹۵.۳۲ ثانیه بوده و محاسبات روی سیستمی با پردازنده AMD Ryzen 5 4600H (3.00 GHz) و حافظه رم ۸.۰۰ GB انجام شده است.

شکل (۳) نمودار پارتو مقادیر بهینه مطالعه موردی را نشان می‌دهد.



شکل (۳). نمودار پارتو مقادیر بهینه مطالعه موردی

باتوجه به این که نمی‌توان یک جواب بهینه منحصر به فرد را برای این مسأله در حالت جدید در نظر گرفت برای بررسی میزان اختلاف دو جواب و صحت روش پیاده‌سازی شده از میانگین جواب‌ها استفاده شده است. بدین منظور برای محاسبه میزان اختلاف دو روش از جواب‌های میانگین جداول (۴) و (۶) استفاده شده است. میزان اختلاف جواب‌های به دست آمده در عبارات (۳۷) و (۳۸) محاسبه شده است.

$$Gap_1 = \left| \frac{Z_1^{LP*} - Z_1^*}{Z_1^*} \right| = 0.03890 \cong 3.89\% \quad (37)$$

$$Gap_2 = \left| \frac{Z_2^{LP*} - Z_2^*}{Z_2^*} \right| = 0 \cong 0\% \quad (38)$$

باتوجه به محاسبات انجام شده و میزان خطای به دست آمده (۰/۰) و (۳/۱۸۹) و میانگین خطای ۹۱/۴٪ برای هر دو تابع هدف با فرض یکسان بودن درجه اهمیت هر یک از توابع هدف می‌توان این تخمین را یک تخمین مناسب برای پیاده‌سازی روش آزادسازی لاگرانژ ارزیابی کرد. به منظور پیاده‌سازی روش آزادسازی لاگرانژ محدودیت شماره (۲۴) آزاد شده است. بعد از حل مثال مطالعه موردی توسط روش آزادسازی لاگرانژ جواب‌های بهینه جدیدی به دست آمد.

پس از حل جواب‌های  $Z_1^{LR*} = 38,373,963.45$  برای تابع هدف اول و  $Z_2^{LR*} = 193.30$  برای تابع هدف دوم توسط این روش به دست آمدند. باتوجه به اختلاف کم میان جواب‌های به دست آمده توسط این روش و جواب‌های جدول (۴) می‌توان روش آزادسازی لاگرانژ را یک روش مناسب برای حل این مدل در ابعاد متوسط و یا بزرگ در نظر گرفت. میزان خطای محاسبه شده در این روش به نسبت جواب‌های ردیف دوم در جدول (۶) برای تابع هدف اول و دوم به ترتیب ۴/۷٪ و (۰/۰۰۰۷٪) اختلاف که تقریباً معادل صفر می‌باشد) می‌باشد. باتوجه به میانگین خطای حدود ۲/۳۵٪ در صورت یکسان در نظر گرفتن وزن توابع هدف می‌توان روش آزادسازی لاگرانژ را در ابعاد متوسط و بزرگ پیاده‌سازی نمود. نتایج بیان گر این است که زمان حل مدل با این روش در ابعاد متوسط و بزرگ به طور میانگین تا ۷۰ درصد کاهش می‌یابد.

## ۶. تحلیل حساسیت

### ۶-۱. تحلیل حساسیت تقاضا

در این بخش به تحلیل حساسیت پارامتر تقاضا در مدل می‌پردازیم. تقاضا یکی از عوامل کلیدی است که می‌تواند تأثیر قابل توجهی بر تمام قسمت‌های سیستم داشته باشد. برای انجام این تحلیل، مقادیر مختلفی برای پارامتر تقاضا در نظر گرفته می‌شود و مدل تحت این شرایط مختلف اجرا می‌شود. نتایج حاصل از اجرای مدل با یکدیگر مقایسه می‌شود تا مشخص شود که چگونه تغییر در تقاضا بر اهداف مدل و متغیرهای تصمیم تأثیر می‌گذارد.

برای بررسی مقادیر مختلف تقاضا، تقاضا به‌ازای هر مشتری، هر محصول و هر دوره برای محصولات MTO و MTS به صورت تصادفی و با استفاده از توزیع یکنواخت گسسته در بازه‌های تعیین شده، تعریف می‌شود. نتایج در جدول (۷) مشاهده می‌شود.

جایگزین مقدار قبلی BestBound می‌شود. در غیر این صورت، مقدار Bound جدید نادیده گرفته می‌شود و BestBound بدون تغییر باقی می‌ماند.

باتوجه به این که الگوریتم آزادسازی لاگرانژ به صورت پیش فرض مدل‌های تک‌هدفه را حل می‌کند برای پیاده‌سازی این روش حل به تک‌هدفه کردن مدل ریاضی پرداخته و باید توابع هدف مدل مدنظر را به یک تابع هدف یکپارچه تغییر داد برای این منظور از روش LP-Metric وزن‌دار استفاده شده است. این روش که یکی از استراتژی‌های برخورد با یک مدل چندهدفه است.

برای یکپارچه کردن توابع هدف مدل ریاضی از عبارات‌های (۳۵) و (۳۶) استفاده شده است. در این بخش اندیس  $h$  بیانگر اندیس توابع هدف پارامتر  $W_h$  بیانگر ضریب وزنی هر یک از توابع هدف و متغیر  $Z_h$  بیانگر مقدار بهینه هر یک از توابع هدف در روش جدید می‌باشد همچنین پارامتر  $P$  میزان درجه جریمه توابع هدف و  $Z^{LP}$  نیز میزان تابع هدف یکپارچه شده می‌باشد بعد از پیاده‌سازی اختلاف جواب‌های این مرحله با مرحله قبلی مورد بررسی قرار گرفته است.

$$\min Z^{LP} = \sum_1^h (W_h \times (\frac{Z_h^* - Z_h}{Z_h^*}))^p \quad (35)$$

$$\min Z^{LP} = (W_1 \times (\frac{Z_1^* - Z_1}{Z_1^*})^1) + (W_2 \times (\frac{Z_2^* - Z_2}{Z_2^*})^1) \quad (36)$$

منظور از  $Z_1^*$  و  $Z_2^*$  در عبارات بالا به ترتیب مقدار بهینه توابع هدف اول و دوم در حل مدل ریاضی به صورت تک‌هدفه می‌باشد که به ترتیب برابر اعداد  $Z_1^* = 43,622,890$  و  $Z_2^* = 140.5$  می‌باشد. در واقع این اعداد مقدار بهینه مطلق هر یک از توابع هدف بدون توجه به وجود تابع هدف دیگر می‌باشند که از آن‌ها به عنوان یک حد بالا یا پایین در حل مسأله به روش آزادسازی لاگرانژ استفاده می‌شود پس مسأله مورد نظر را می‌توان با جایگزین کردن متغیر  $Z^{LP}$  به جای دو تابع هدف اصلی مسأله به یک مدل تک‌هدفه تبدیل نمود. بعد از جایگزین کردن عبارت (۳۶) با توابع هدف قبلی و تک‌هدفه کردن مدل، مسأله جدید مجدداً توسط نرم‌افزار گمز و سالور CPLEX حل گردید تا میزان خطا نسبت به جواب‌های حالت قبل سنجیده شود. این کار باعث اندازه‌گیری دقت روش پیاده‌سازی شده می‌شود.

پس از جایگزین کردن عبارت  $Z^{LP}$  با توابع هدف می‌توان با تغییر ضرایب هر یک از توابع هدف ( $W_h$ ) ضمن تغییر اهمیت هر یک از توابع هدف برای تصمیم‌گیرندگان جواب‌های بهینه متفاوتی را به دست آورد. بعد از حل مسأله با ضرایب متفاوت یک مجموعه از جواب‌های بهینه حاصل شد که در جدول (۶) به تحریر در آمده است. میانگین جواب‌های بهینه به دست آمده نیز در ردیف آخر محاسبه شده است.

جدول (۶). مجموعه جواب‌های بهینه به دست آمده برای مسأله

ردیف	Z1	Z2
۱	43,622,890	140.5
۲	*36,651,350	*193.3
میانگین	40,137,120	166.9

این روند و همچنین مقایسه انجام شده در شکل (۶)، نشان‌دهنده ترجیح سیستم و تمرکز بر تولید محصولات MTS در شرایط تقاضای بالا است. افزایش تقاضا به‌طور کلی منجر به افزایش اضافه‌کاری در تولید و نصب می‌شود. تحلیل این نتایج به تصمیم‌گیرندگان کمک می‌کند تا برنامه‌های بهتری برای مدیریت تولید و منابع انسانی در شرایط مختلف تقاضا طراحی کنند.

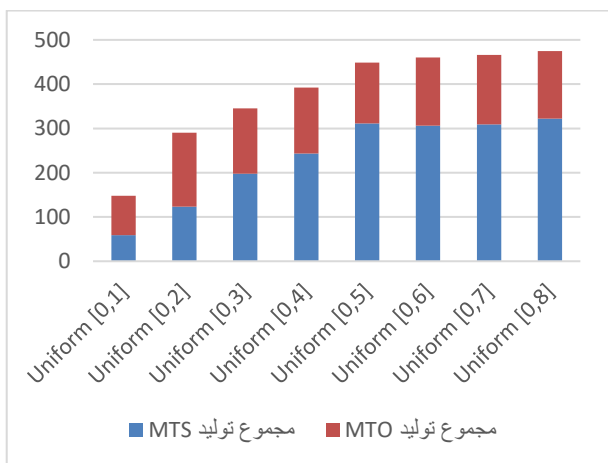
در جداول (۱۰) و (۱۱) مجموع فروش محصولات MTO و MTS و همچنین مجموع فروش از دست‌رفته برای محصولات MTS و مجموع سفارشات رد شده از محصولات MTO قابل مشاهده است.

جدول (۸). میزان تولید محصولات تحت تقاضای تصادفی

تقاضا (MTO و MTS)	مجموع تولید	
	محصولات MTS	محصولات MTO
Uniform [0,1]	59	89
Uniform [0,2]	123	167
Uniform [0,3]	198	147
Uniform [0,4]	243	149
Uniform [0,5]	311	138
Uniform [0,6]	306	154
Uniform [0,7]	309	157
Uniform [0,8]	322	153

جدول (۹). میزان اضافه‌کاری تحت تقاضای تصادفی

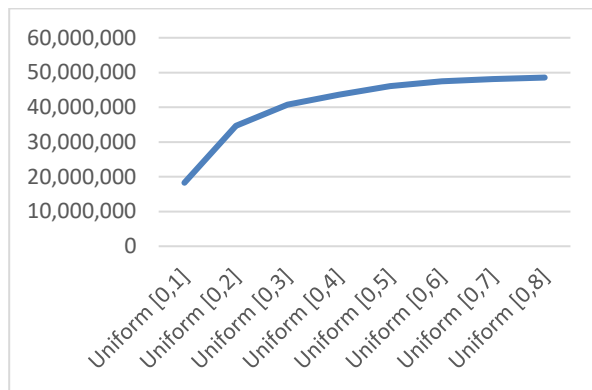
تقاضا (MTO و MTS)	مجموع اضافه‌کاری	
	تولید	نصب
Uniform [0,1]	0	0
Uniform [0,2]	7365	0
Uniform [0,3]	8570	76
Uniform [0,4]	9145	248
Uniform [0,5]	9375	256
Uniform [0,6]	9430	608
Uniform [0,7]	9455	688
Uniform [0,8]	9460	1112



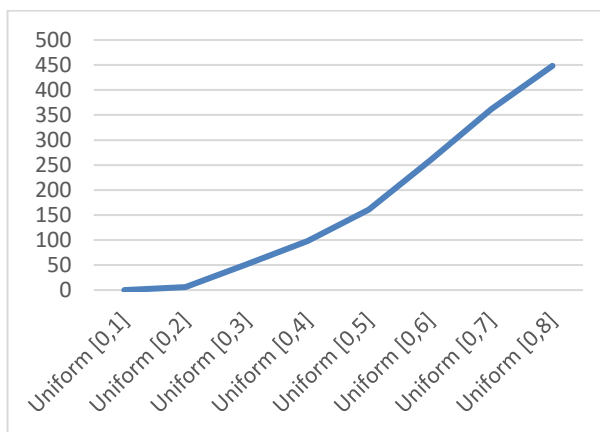
شکل (۶). نمودار مقایسه مجموع تولید محصولات MTS و MTO تحت مقادیر مختلف تقاضا

جدول (۷). مقادیر بهینه توابع هدف تحت تقاضای تصادفی

تقاضا (MTO و MTS)	Z1	Z2
Uniform [0,1]	18,275,195	0
Uniform [0,2]	34,709,170	5.7
Uniform [0,3]	40,750,410	51.5
Uniform [0,4]	43,627,200	98.4
Uniform [0,5]	46,094,950	160.6
Uniform [0,6]	47,447,570	259.1
Uniform [0,7]	48,080,020	362
Uniform [0,8]	48,545,830	448.3



شکل (۴). نمودار تغییرات تابع هدف دوم نسبت به مقادیر مختلف تقاضا



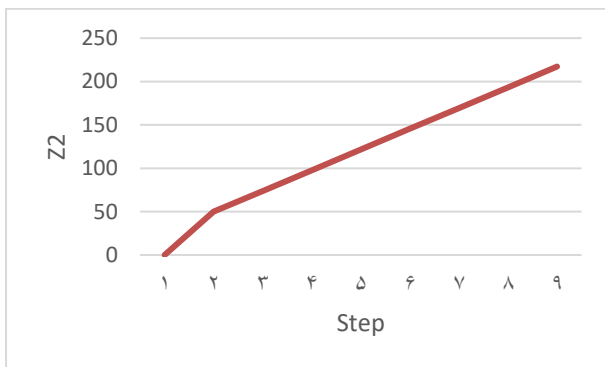
شکل (۵). نمودار تغییرات تابع هدف دوم نسبت به مقادیر مختلف تقاضا

همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش تقاضای محصولات، هم‌زمان با افزایش سودآوری سیستم نارضایتی مشتریان نیز به‌صورت چشم‌گیری افزایش پیدا می‌کند. با مقایسه نمودارهای شکل (۴) و (۵) که بیان‌گر افزایش مقدار تابع هدف اول و تابع هدف دوم نسبت به افزایش تقاضا است، مشاهده می‌شود که شیب نمودار افزایش نارضایتی مشتریان نسبت به افزایش سودآوری بیشتر بوده و بیان‌گر این است که با افزایش تقاضا، فروش از دست‌رفته و رد سفارشات مشتریان شدیداً روند افزایشی دارند. در جداول (۸) و (۹) میانگین تولید محصولات MTS و MTO و میانگین میزان اضافه‌کاری برای تولید و نصب و راه‌اندازی مشاهده می‌شود.

MTS در تابع هدف دوم بوده و  $\alpha 2$  بیان‌گر ضریب میزان اهمیت نارضایتی ایجاد شده از رد کردن سفارش مشتری  $c$  از محصولات MTO در تابع هدف دوم می‌باشد.

جدول (۱۲). مقادیر بهینه تابع هدف دوم تحت مقادیر مختلف  $\alpha 1$  و  $\alpha 2$

$\alpha 1$	$\alpha 2$	Z2
۰/۱	۰/۹	۴۹/۹
۰/۲	۰/۸	۷۳/۸
۰/۳	۰/۰۷	۹۷/۷
۰/۴	۰/۶	۱۲۱/۶
۰/۵	۰/۵	۱۴۵/۵
۰/۶	۰/۴	۱۶۹/۴
۰/۷	۰/۳	۱۹۳/۳
۰/۸	۰/۲	۲۱۷/۲
۰/۹	۰/۱	۲۴۱/۱



شکل (۸). نمودار تغییرات تابع هدف دوم تحت تغییر ضرایب  $\alpha 1$  و  $\alpha 2$

با مشاهده این روند نتایج در جدول (۱۲) و مقایسه انجام شده در شکل (۸)، می‌توان گفت با افزایش ضریب  $\alpha 1$  و کاهش ضریب  $\alpha 2$  میزان نارضایتی مشتریان به شکل چشم‌گیری افزایش پیدا می‌کند. این موضوع بیان‌گر این است که هرچقدر حساسیت نسبت رد سفارشات مشتریان از محصولات MTO بیشتر باشد میزان نارضایتی مشتریان کاهش پیدا می‌کند و بالعکس. به عبارت دیگر، برای کاهش نارضایتی مشتریان، لازم است حساسیت بیشتری نسبت به رد سفارشات مشتریان از محصولات MTO داشته باشیم چراکه عدم پذیرش سفارشات از محصول MTO تأثیر بیشتری بر سطح رضایت مشتریان نسبت به تأمین ناقص یا عدم تأمین تقاضای آن‌ها از محصولات MTS دارد.

#### ۷. بحث و دیدگاه‌های مدیریتی

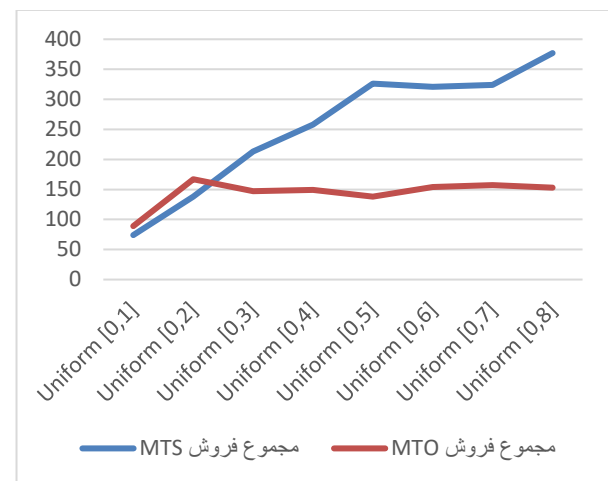
در مدل پیشنهادی، برنامه‌ریزی تولید، مدیریت سفارشات، فرآیند نصب و راه‌اندازی و همچنین رضایت‌مندی مشتریان در فضای تولید ترکیبی (MTS/MTO) به‌عنوان محور اصلی مورد توجه قرار گرفته است. این مدل برای بهینه‌سازی فرآیندهای تولید و پاسخ‌گویی به نیازهای متنوع مشتریان طراحی شده و نیازمند رویکردهای مدیریتی مشخصی است.

جدول (۱۰). میزان فروش MTS تحت تقاضای تصادفی

تقاضا (MTS و MTO)	مجموع فروش MTS	مجموع فروش از دست‌رفته MTS
Uniform [0,1]	74	0
Uniform [0,2]	138	3
Uniform [0,3]	213	11
Uniform [0,4]	258	27
Uniform [0,5]	326	46
Uniform [0,6]	321	133
Uniform [0,7]	324	210
Uniform [0,8]	377	267

جدول (۱۱). میزان فروش MTO تحت تقاضای تصادفی

تقاضا (MTO و MTS)	مجموع فروش MTO	مجموع سفارشات رد شده MTO
Uniform [0,1]	89	0
Uniform [0,2]	167	11
Uniform [0,3]	147	118
Uniform [0,4]	149	205
Uniform [0,5]	138	303
Uniform [0,6]	154	377
Uniform [0,7]	157	459
Uniform [0,8]	153	557



شکل (۷). نمودار مقایسه مجموع فروش محصولات MTS و MTO تحت مقادیر مختلف تقاضا

با مشاهده این روند و مقایسه انجام شده در شکل (۷)، می‌توان گفت با افزایش تقاضا فروش محصولات MTS به‌طور پیوسته افزایش می‌یابد، اما فروش از دست‌رفته نیز به‌شدت افزایش پیدا می‌کند. برای محصولات MTO، فروش در مقاطعی افزایش و کاهش را تجربه می‌کند و سفارشات رد شده به‌طور قابل‌توجهی افزایش می‌یابد. این نتایج نشان می‌دهد که سیستم توانایی تأمین تقاضای بالا از محصولات MTO را ندارد و نیازمند بهبود در این زمینه است.

#### ۶-۲. تحلیل حساسیت ضرایب تابع هدف دوم

در این بخش به تحلیل حساسیت ضرایب تابع هدف دوم یعنی  $\alpha 1$  و  $\alpha 2$  می‌پردازیم و تأثیر آن بر مقدار بهینه تابع هدف دوم را بررسی می‌کنیم.  $\alpha 1$  بیان‌گر ضریب میزان اهمیت نارضایتی ایجاد شده از برآورده نکردن یا ناقص برآورده کردن تقاضای مشتری  $c$  از محصولات

و فرآیندهای مرتبط با نصب و راه‌اندازی ایفا می‌کند. این پژوهش با ارائه مدلی برای مدیریت سفارشات و بررسی اثرات تقاضای تصادفی، اولویت‌بندی مشتریان و تحلیل نارضایتی آن‌ها در استراتژی‌های مختلف سیستم، ابزار مؤثری برای مدیران فراهم کرده است تا در محیط‌های تولید ترکیبی تصمیمات دقیق‌تر و بهینه‌تری اتخاذ کنند. مدل پیشنهادی می‌تواند به‌عنوان یک چارچوب کارآمد برای بهبود مدیریت سفارشات، کاهش نارضایتی مشتریان، برنامه‌ریزی تولید و فرآیند نصب و راه‌اندازی در صنایع مختلف مورد استفاده قرار گیرد.

### مراجع

- [1] Tarhan, İ., & Oğuz, C. (2022). A matheuristic for the generalized order acceptance and scheduling problem. *Eur. J. Oper. Res.*, 299(1), 87–103. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.08.024>
- [2] Sarvestani, H. K., Zadeh, A., Seyfi, M., et al. (2019). Integrated order acceptance and supply chain scheduling problem with supplier selection and due date assignment. *Appl. Soft Comput.*, 75, 72–87. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2018.10.045>
- [3] Beemsterboer, B., Land, M., & Teunter, R. (2017). Flexible lot sizing in hybrid make-to-order/make-to-stock production planning. *Eur. J. Oper. Res.*, 260(3), 1014–1023. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.01.015>
- [4] Peeters, K., & van Ooijen, H. (2020). Hybrid make-to-stock and make-to-order systems: A taxonomic review. *Int. J. Prod. Res.*, 58(15), 4659–4688. <https://doi.org/10.1080/00207543.2020.1778204>
- [5] Kuthambalayan, T. S., & Bera, S. (2020). A review of the literature on mixed make-to-stock/make-to-order production systems: Major findings and directions for future research. *Int. J. Serv. Oper. Manag.*, 37(3), 372–406. <https://doi.org/10.1504/IJSOM.2020.111038>
- [6] Sato, Y., Maeda, H., Toshima, R., Nagasawa, K., Morikawa, K., & Takahashi, K. (2023). Switching decisions in a hybrid MTS/MTO production system comprising multiple machines considering setup. *Int. J. Prod. Econ.*, 263, 108877. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2023.108877>
- [7] Xiong, S., Feng, Y., & Huang, K. (2020). Optimal MTS and MTO hybrid production system for a single product under the cap-and-trade environment. *Sustainability*, 12(6), 2426. <https://doi.org/10.3390/su12062426>
- [8] Pereira, D. F., Oliveira, J. F., & Carravilla, M. A. (2022). Merging make-to-stock/make-to-order decisions into sales and operations planning: A multi-objective approach. *Omega (Westport)*, 107, 102561. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2021.102561>
- [9] Ellabban, A., & Abdelmaguid, T. (2019). Optimized production control policy for hybrid MTS-MTO glass tube manufacturing using simulation-based optimization. In *2019 8th Int. Conf. Ind. Technol. Manag. (ICITM)*; Cambridge, UK. IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICITM.2019.8710685>
- [10] Kalantari, M., Rabbani, M., & Ebadian, M. (2011). A decision support system for order acceptance/rejection in hybrid MTS/MTO production systems. *Appl. Math. Model.*, 35(3), 1363–1377. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2010.09.015>
- [11] Rafiei, H. & Rabbani, M., (2011). Order partitioning and order penetration point location in hybrid make-to-stock/make-to-order production contexts.

یکی از مهم‌ترین چالش‌ها، هماهنگی میان تولید برای ذخیره‌سازی (MTS)، تولید براساس سفارش مشتری (MTO) و فرآیند نصب و راه‌اندازی است. استفاده از مدل‌های پیشرفته برنامه‌ریزی تولید، نظیر بهینه‌سازی چندهدفه و شبیه‌سازی، می‌تواند به تخصیص بهتر و مدیریت بهینه ظرفیت تولید و نصب و راه‌اندازی کمک کند و در نتیجه بهره‌وری سیستم را افزایش دهد. این امر امکان مدیریت مؤثرتر سفارشات، کاهش هزینه‌ها و بهبود رضایت‌مندی مشتریان را فراهم می‌کند.

مدیریت تغییرات تقاضا نیز در این مدل حائز اهمیت است. نوسانات تقاضا می‌توانند مستقیماً بر ظرفیت تولید، برنامه‌ریزی و فرآیندهای نصب و راه‌اندازی تأثیر بگذارند. بهره‌گیری از ابزارهای پیش‌بینی تقاضا و تنظیم سطح موجودی و ظرفیت تولید و نصب متناسب با تغییرات احتمالی می‌تواند به کاهش ریسک‌ها و افزایش پایداری سیستم کمک کند.

انعطاف‌پذیری در فرآیندهای تولید و نصب نیز از دیگر عوامل کلیدی است. تنظیم اولویت‌های تولید، تخصیص بهینه ظرفیت نصب و راه‌اندازی، و استفاده بهینه از منابع تولیدی، به‌ویژه در شرایط متغیر، می‌تواند بهره‌وری سیستم را حفظ کرده و به مدیریت بهتر منابع منجر شود.

در نهایت، ارزیابی مداوم شاخص‌های عملکردی، از جمله نرخ بهره‌وری تولید، سطح موجودی و عملکرد فرآیند نصب، به بهبود تصمیم‌گیری در مدیریت سفارشات و برنامه‌ریزی تولید کمک می‌کند. این اقدامات می‌توانند کارایی و انعطاف‌پذیری سیستم تولید ترکیبی را در مواجهه با شرایط متغیر افزایش دهند.

### ۸. نتیجه‌گیری

این پژوهش با تمرکز بر مدیریت سفارشات در فضای تولید ترکیبی (MTS/MTO) نشان داد که تغییرات تقاضا تأثیر قابل‌توجهی بر فرآیندهای تولید، مدیریت سفارشات و فرآیندهای نصب و راه‌اندازی دارد. تحلیل حساسیت‌های انجام‌شده نشان داد که در چنین محیطی، برنامه‌ریزی دقیق و انعطاف‌پذیری در مدیریت تولید، سفارشات و فرآیند نصب و راه‌اندازی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است و اولویت‌بندی مشتریان و انتخاب استراتژی‌های مناسب در مدیریت سفارش‌ها و تقاضاهای آن‌ها، نقش تعیین‌کننده‌ای در کنترل نارضایتی مشتریان دارد. این امر نه تنها به بهبود رضایت‌مندی مشتریان منجر می‌شود، بلکه در بلندمدت تأثیر چشم‌گیری بر سودآوری سیستم خواهد داشت. یکی از راهبردهای کلیدی، مدیریت هم‌زمان تولید برای ذخیره‌سازی (MTS) و تولید براساس سفارش مشتری (MTO) است. ایجاد تعادل میان این دو سیستم تولیدی، در کنار برنامه‌ریزی مؤثر برای فرآیند نصب و راه‌اندازی، می‌تواند بهره‌وری سیستم را افزایش داده و پاسخ‌گویی به نیازهای متغیر مشتریان را بهبود بخشد. علاوه‌براین، استفاده از ابزارهای پیشرفته برنامه‌ریزی تولید، مانند مدل‌های ترکیبی و بهینه‌سازی، نقش مهمی در مدیریت بهتر سفارشات

- [18] Sadeghi Ahangar, S., & Rabbani, M. (2024). A scenario-based decision framework for the order promising process in hybrid MTS/MTO production systems considering product substitution. *Journal of Industrial and Production Engineering*, 1-18. <https://doi.org/10.1080/21681015.2024.2400991>
- [19] Aghaei, J., Amjady, N., & Shayanfar, H. A. (2011). Multi-objective electricity market clearing considering dynamic security by lexicographic optimization and augmented epsilon constraint method. *Appl. Soft Comput.*, 11(4), 3846–3858. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2011.02.022>
- [20] Cui H, Luo X., (2017). *An improved Lagrangian relaxation approach to scheduling steelmaking-continuous casting process*. *Comput Chem Eng.* 106:133–146. <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2017.05.026>
- [21] Fisher ML. *The Lagrangian relaxation method for solving integer programming problems*. *Manag Sci.* 1981;27(1):1–18. <https://doi.org/10.1287/mnsc.27.1.1>
- [22] Rius-Sorolla G. (2020). *Lagrangian relaxation of the generic materials and operations planning model*. *Central Eur J Operations Res.* 28(1): 105–123. <https://doi.org/10.1007/s10100-018-0593-0>
- [23] Klineciewicz JG, Luss H. (1986). *A Lagrangian relaxation heuristic for capacitated facility location with single-source constraints*. *J Oper Res Soc.* 37(5):495–500. <https://doi.org/10.1057/jors.1986.84>
- \*Computers & Industrial Engineering, 61, pp. 550-560. <https://doi.org/10.5267/j.ijiec.2015.12.004>
- [12] Rafiei, H., & Rabbani, M. (2012). Capacity coordination in hybrid make-to-stock/make-to-order production environments. *Int. J. Prod. Plann.*, 50, 773–789. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2011.04.010>
- [13] Wang, Z., Qi, Y., Cui, H., & Zhang, J. (2019). A hybrid algorithm for order acceptance and scheduling problem in make-to-stock/make-to-order industries. *Comput. Ind. Eng.*, 127, 841–852. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2018.10.021>
- [14] Jalali, M. S., Ghomi, S. F., & Rabbani, M. (2020). A system dynamics approach towards analysis of hybrid make-to-stock/make-to-order production systems. *Ind. Eng. Manag. Syst.*, 19(1), 143–163. <https://doi.org/10.7232/iems.2020.19.1.143>
- [15] Abedi, A., & Zhu, W. (2020). An advanced order acceptance model for hybrid production strategy. *Journal of manufacturing systems*, 55, 82-93. <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2020.02.012>
- [16] Bortolini, M., Faccio, M., Gamberi, M., & Pilati, F. (2019). MTO/MTS policy optimization for sheet metal plate parts in an ATO environment. *Procedia Cirp*, 81, 1046-1051. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2019.03.249>
- [17] Wang, C., Yang, C. & Zhang, T., (2023). Order planning with an outsourcing strategy for a make-to-order/make-to-stock production system using particle swarm optimization with a self-adaptive genetic operator. \*Computers & Industrial Engineering, 182, p. 109420. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2023.109420>

DOI: <https://doi.org/10.22084/ier.2025.30418.2193>

## A Mathematical Model for an Order Management and Production Planning Problem Considering Installation in Hybrid (MTS-MTO) Systems

Seyed Mohamad javad Sadeghi<sup>1</sup>, Ahmad Makui<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup> M.Sc. in Industrial Engineering, Systems Optimization Division, Faculty of Industrial Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

<sup>2</sup> Professor, Systems Optimization Division, Faculty of Industrial Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received: 13 - 1 - 2025

Revised: 9 - 2 - 2025

Accepted: 4 - 3 - 2025

#### Keywords:

Order Management  
Hybrid Production System (MTS-  
MTO)  
Production Planning  
Installation and Commissioning

### ABSTRACT

With the increasing diversity of customer demands and the dynamic changes in supply chains, hybrid production systems (MTS-MTO) have emerged as a strategic solution for balancing mass production and customization. This study presents a bi-objective mathematical model aimed at maximizing system profit and minimizing customer dissatisfaction in a hybrid production environment. The proposed model integrates the simultaneous production of MTS and MTO products while considering production capacity constraints and shared resources. A key feature of the model is the inclusion of the installation and commissioning process for products, providing a comprehensive approach to production planning and process execution. The model was implemented in a case study of an industrial hoist manufacturing company. Results indicated that with increasing demand, system profit improved; however, customer dissatisfaction also grew significantly due to production and installation capacity limitations, leading to rejected orders and lost sales. Additionally, under high demand conditions, a greater focus on MTS products enhanced productivity in this segment but reduced the system's ability to fulfill MTO orders. The findings underscore the importance of precise production planning, improved capacity management, and increased flexibility in addressing demand fluctuations. The proposed model serves as an effective tool for decision-makers to enhance productivity and customer satisfaction in hybrid production environments and can be utilized as a framework for improving production systems across various industries.

\* Corresponding author. A. Makui  
Tel.:021-73225004; E-mail address [amakui@iust.ac.ir](mailto:amakui@iust.ac.ir)