

نشریه علمی
دانش مالی تحلیل اوراق بهادار
سال دوازدهم، شماره چهل و چهارم
زمستان ۱۳۹۸

ارائه مدل ترکیبی غیر خطی مبتنی بر تئوری مقدار فرین جهت پیش بینی ارزش در معرض ریسک شرطی (CVaR)

احسان محمدیان امیری^۱

احسان عاطفی^۲

سیدبابک ابراهیمی^۳

تاریخ پذیرش: ۹۶/۱۲/۲۰

تاریخ دریافت: ۹۶/۰۷/۲۷

چکیده

بی ثباتی های اقتصادی در سال های اخیر و به دنبال آن ایجاد تغییرات سریع در فضای حاکم بر بازارهای مالی، ریسک اکثر بنگاه ها و موسسات مالی را افزایش داده است، به گونه ای که مدیران ریسک نگران کاهش ارزش دارایی های خود در طی روزهای آتی می باشند. در مطالعات اخیر برای اندازه گیری و پیش بینی ریسک های موجود در بازارهای مالی از سنجش ارزش در معرض ریسک شرطی استفاده شده است. از همین رو در این پژوهش تلاش شده است تا در جهت معرفی، محاسبه و پیاده سازی یک مدل ترکیبی غیرخطی نوین برای پیش بینی ارزش در معرض ریسک شرطی گام برداشته شود، به همین منظور از مدل ترکیبی مبتنی بر تئوری مقدار فرین و روش هموارسازی نمایی هلت-وینترز (HWES-EVT) که علاوه بر پویایی و ویژگی های خوشه ای، دنباله پهنی داده ها را نیز در نظر می گیرد به پیش بینی ارزش در معرض ریسک شرطی شاخص صنعت و شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران پرداخته شده است. جهت بررسی و ارزیابی عملکرد روش ترکیبی پیشنهادی، این روش با روش مرسوم GARCH-EVT به وسیله سه آزمون پس آزمایی مقایسه شده است. نتایج حاصل شده نشان از آن دارد که رویکرد ترکیبی پیشنهادی جواب دقیق تری نسبت به روش مرسوم در پیش بینی ارزش در معرض ریسک شرطی برای شاخص های مذکور از خود ارائه می دهد.

واژه های کلیدی: ارزش در معرض ریسک شرطی، تئوری مقدار فرین، مدل HWES-EVT، مدل GARCH-EVT، رویکرد فراتر از آستانه.

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مالی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی تهران، ایران. (نویسنده مسئول)

Emohammadian@email.kntu.ac.ir

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مالی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی تهران، ایران.

Ehsan_atefi@ymail.com

۳- استادیار و عضو هیئت علمی دانشکده مهندسی صنایع، گروه مهندسی مالی، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی تهران، ایران.

B_ebrahimi@kntu.ac.ir

۱- مقدمه

مدیران و فعالان بخش مالی همواره علاقه‌مند هستند که به طور همزمان ریسک و بازده را در زمان سرمایه‌گذاری‌های خود مد نظر قرار دهند، به همین دلیل پیش‌بینی نوسانات و ریسک به یک امر ضروری و اساسی برای بنگاه‌ها و مؤسسات تبدیل گشته است (چرتین و همکاران، ۲۰۱۰). در بین انواع مختلف ریسک‌های موجود تقریباً اکثر معاملات با ریسک بازار مواجه هستند. در سال‌های اخیر ارزش در معرض ریسک از مهم‌ترین سنجه‌های مورد استفاده در بحث مدیریت ریسک بوده است. اما به رغم همه شواهد تجربی دال بر کارایی آن در پیش‌بینی ریسک، استفاده از سنجه‌ی ارزش در معرض ریسک، به دلیل نداشتن خاصیت زیرجمع‌پذیری با مشکلاتی روبرو شده است (آکربی و تاسچه، ۲۰۰۲). به همین دلیل ارزش در معرض ریسک شرطی که سنجه‌ای منسجم بوده و همچنین مزیت‌های ارزش در معرض ریسک را در خود جای داده، مورد توجه قرار گرفت. انگیزه‌های مختلف برای یافتن مقدار دقیق سنجه با توجه به کاربردهای متداول آن شکل گرفت. اغلب روش‌های رایج، برآورد و پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک شرطی را با فرض نرمال بودن توزیع مشترک بازدهی‌ها استفاده می‌کنند. اما به دلیل ویژگی دم‌پهن بودن توزیع بازدهی دارایی‌های مالی و همچنین وجود همبستگی غیرخطی، این فرض‌ها اشکالات فراوانی را ایجاد می‌نماید که منجر به برآورد و پیش‌بینی نامناسب ارزش در معرض ریسک شرطی می‌شود. در حقیقت شکل‌گیری روش‌های جدید ارزش در معرض ریسک شرطی، هر یک تلاش در جهت مدل‌سازی ویژگی‌های داده‌های مالی از قبیل دنباله‌پهنی داده‌های بازده دارایی‌های مالی، خوشه‌ای بودن تلاطم، اثرات اهرمی و غیره بوده است. در این میان، سنجه‌ای که میزان ریسک را به صورت پویا اندازه‌گیری کند و علاوه بر ویژگی‌های داده‌ها را نیز به طور مطلوب در برداشته و در عین حال از دقت نسبتاً بالاتری برخوردار باشد، می‌تواند منجر به عکس‌العمل به موقع نسبت به موقعیت‌های خطرناک گردد. از همین

رو در این پژوهش تلاش شده است تا در جهت معرفی، محاسبه و پیاده‌سازی یک سنجه ترکیبی و پویا گام برداشته شود.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

اکثر مدل‌های آماری بر مبنای کل داده‌های مورد مطالعه طراحی می‌شوند. بر اساس روش انتخاب در این مدل‌ها، مشاهداتی که در مرکز توزیع داده‌ها قرار دارند و عمدتاً پر تعداد هستند، در انتخاب مدل‌های آماری تأثیر بیشتری نسبت به داده‌های کم تعداد فرین دارند. بنابراین طبیعی به نظر می‌رسد که مدل‌های انتخاب شده، برای داده‌های پرتکرار تقریب خوبی ارائه دهند، ولی در خصوص داده‌های ناشی از رویدادهای نادر (فرین) از دقت کافی برخوردار نباشند. از طرفی دیگر، با توجه به آنکه داده‌های مالی از توزیع نرمال پیروی نمی‌کنند، می‌بایست نظریه‌ای مطرح می‌گشت تا این موضوع را پوشش دهد. اغلب توزیع‌های شناخته شده از قضیه حد مرکزی تبعیت می‌کنند و به داده‌های که به میانگین نزدیک‌تر باشند، اهمیت بیشتری می‌دهند. اما باید توجه داشت که چشم پوشی از داده‌های فرین و دور افتاده می‌توانند رفتارهای بسیار مخربی داشته باشند (همانند بحران‌های مالی جهان). این اتفاق سبب آن شد که از توزیعی جدیدتری استفاده گردد تا مشکل توزیع‌های قبلی را پوشش دهد و بدین شکل تئوری مقدار فرین^۱ (EVT) مطرح گردید. تئوری مقدار فرین توسط فیشور و تیپت در سال ۱۹۲۸ شکل گرفت. این تئوری به طور صریح بر ناحیه دم توزیع‌ها تمرکز دارد و ویژگی بارز آن، این است که در واقع نیازی به در نظر گرفتن پیش‌فرض برای توزیع بازده‌ها ندارد. دلیل این موضوع، به مبانی اساسی این تئوری باز می‌گردد. در قضیه‌ای اساسی در این تئوری بیان می‌شود که فقط سه توزیع برای داده‌های فرین امکان پذیر می‌باشد، بنابراین نیازی به در نظر گرفتن توزیع خاصی برای بازده‌ها نیست. تئوری مقدار فرین اولین بار توسط جانسن و دوریس (۱۹۹۱) و هان و همکاران (۱۹۹۴) در مباحث مالی مطرح شد. در خصوص

ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی در بازار نفت خام با استفاده از مدل‌های خانواده گارچ با حافظه بلندمدت متشکل از FIGARCH، HYGARCH، FIAPARCH، و تئوری مقدار فرین پرداختند. نتایج نشان می‌دهد مدل‌های FIAPARCH و تئوری مقدار فرین در پیش‌بینی‌های یک روزه عملکرد بهتری دارند. نورتی و همکاران (۲۰۱۵) با استفاده از تئوری مقدار فرین به برآورد و پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی برای تعیین حد کفایت سرمایه و مقدار حساب ودیعه برای سرمایه‌گذاران بورس اوراق بهادار کشور غنا طی سال‌های ۲۰۱۰-۲۰۰۰ پرداختند. نتایج حاکی از قابل اتکا بودن سنج‌های ریسکی در صدک‌های بالا می‌باشد. بن مسعود و آلونی (۲۰۱۵) سعی در مدل‌سازی ریسک پورترفو به وسیله تئوری مقدار فرین داشتند. آنان نخست با استفاده از GJR-GARCH ریسک هر سری زمانی را مدل‌سازی کرده و سپس با استفاده از مدل EVT توزیع دم پهن سری‌های زمانی را بدست آوردند. در نهایت به برآورد ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی پرداختند. کارماکر و پائول (۲۰۱۶) به برآورد ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی روزانه شاخص قیمت سهام ۱۶ کشور مختلف در سراسر جهان برای مدت هفت و نیم ماه از سپتامبر ۲۰۱۳ تا می ۲۰۱۴ با استفاده از تئوری مقدار فرین شرطی پرداختند. نتایج این تحقیق حاکی از دقت بالا و قابل اتکای روش مذکور می‌باشد. آیوساک و سربونچیتا (۲۰۱۶) از تئوری مقدار فرین (GARCH-EVT) برای برآورد دقیق دم دنباله ریسک بازار سهام کشورهای تایلند، سنگاپور، مالزی، اندونزی و فیلیپین استفاده کردند. نتایج نشان می‌دهد که مدل پیشنهادی نسبت به سایر مدل‌ها برآورد دقیق‌تری از ارزش در معرض ریسک شرطی ارائه می‌دهد. کارماکر (۲۰۱۷) به اندازه‌گیری ریسک بازار ارز هند استفاده از روش AR-GARCH-EVT پرداخت. نتایج حاکی از آن است که مدل مورد مطالعه برآورد قابل اتکایی از ارزش

روش‌های محاسبه ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی با استفاده از تئوری مقدار فرین تحقیقات گوناگونی انجام گرفته است، به عنوان نمونه می‌توان موارد زیر را بیان کرد:

جنسایا و سلکوک (۲۰۰۴) با استفاده از تئوری مقدار فرین به محاسبه ارزش در معرض ریسک و مقایسه آن با روش‌های واریانس کواریانس و شبیه‌سازی تاریخی پرداختند. در این تحقیق عملکرد نسبی مدل‌های ارزش در معرض ریسک با استفاده از بازده روزانه بازار سهام در نه بازار نوظهور متفاوت مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که استفاده از تئوری مقدار فرین در سطح اطمینان بالاتر نتایج دقیق‌تری ارائه می‌دهد. گیلی (۲۰۰۶) در تحقیق خود کاربرد تئوری مقدار فرین را برای اندازه‌گیری ریسک مالی به طور کامل شرح داده است. وی از تئوری مقدار فرین برای محاسبه سنج ریسک دنباله و بازه‌های اطمینان مربوطه برای شاخص‌های (DowJones Euro Stoxx 50، FTSE 100، Hang S&P، Nikkei 225، Seng، Swiss Market Index، 500) استفاده کرده است. همچنین مدل تخمینی ارزش در معرض ریسک با استفاده از تئوری مقدار فرین و GARCH(1,1) توسط سینگ و همکاران (۲۰۱۱) در بورس اوراق بهادار استرالیا انجام شده است. در این پژوهش، آن‌ها از مدل EVT با پسماندهای مدل گارچ برای داده‌های شاخص ASX-All Ordinaries استرالیا و شاخص S&P 500 استفاده کردند. نتیجه این تحقیق نشان می‌دهد که مقدار ارزش در معرض ریسک بر اساس مدل GARCH-EVT عملکرد بهتری دارد. سلطان و همکاران (۲۰۱۲) به پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک شرطی با استفاده از روش ترکیبی GARCH-EVT برای داده‌های بورس اوراق بهادار تونس و مقایسه آن با مدل‌های GARCH(1,1) ایستا، EVT ایستا و شبیه‌سازی تاریخی پرداختند. نتایج حاصل شده نشان از برتری عملکرد مدل GARCH-EVT دارد. یوسف و همکاران (۲۰۱۵) به پیش‌بینی ارزش در معرض

حاصل شده که داده‌ها را در سطح و روند به وسیله‌ی پارامترهای هموارساز (α, β) تعدیل می‌کند. این ویژگی سبب آن شده است که پویایی را در مدل لحاظ کند و با در نظر گرفتن ویژگی دنباله پهنی داده‌ها، آن به طور دقیق محاسبه و پیش‌بینی نماید.

۳- سوال‌های پژوهش

در راستای اهداف پژوهش و با توجه به مبانی نظری و پیشینه، سوال‌های پژوهش را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

- ۱) آیا می‌توان روش HWES-EVT را به عنوان یک روش جدید برای پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک شرطی به ازای آزمون‌های پس‌آزمایی متفاوت، نام برد؟
- ۲) آیا روش پیشنهادی در قیاس با روش مرسوم دارای عملکرد و پیش‌بینی قابل اتکا و قابل قبولی می‌باشد؟

۴- فرضیه‌ی پژوهش

در این پژوهش علاوه بر سوال‌های فوق، فرضیه‌ای نیز مطرح گردیده که به شرح زیر می‌باشد:
استفاده از روش HWES-EVT در سطوح بالاتر منجر به تصریح دقیق‌تر ارزش در معرض ریسک شرطی نسبت به روش GARCH-EVT برای شاخص صنعت و شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران می‌شود.

۵- روش شناسی پژوهش

در این پژوهش سعی در پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک شرطی به عنوان شاخص سنجش ریسک در بورس اوراق بهادار تهران شده است، لذا شاخص کل صنعت و شاخص کل بورس اوراق بهادار بهادار تهران به عنوان نماینده‌های از پرتفوی بازار انتخاب شده است. این دو شاخص به خوبی می‌توانند تغییرات قیمتی موجود در بورس را نمایش دهند. برای پیاده‌سازی مدل HWES-EVT ابتدا بازده داده‌ها را با

در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی ارائه می‌دهد.

از مطالعات داخلی هم می‌توان به زمانی و همکاران (۱۳۹۲) اشاره نمود که به محاسبه ارزش در معرض ریسک شاخص بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از تئوری مقدار فرین و مقایسه آن با روش‌های واریانس-کوریانس و شبیه‌سازی تاریخی پرداختند. نتایج حاکی از آن است که در دم سمت راست توزیع داده‌ها و در تمامی سطوح، تئوری مقدار فرین موجب تخمین دقیق‌تری از ارزش در معرض ریسک می‌شود. سارنج و نور احمدی (۱۳۹۵) به برآورد ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی با استفاده از تئوری مقدار فرین شرطی، تئوری مقدار فرین غیرشرطی، نرمال ایستا (روش واریانس کوریانس) و نرمال شرطی (مدل گارچ) در بورس اوراق بهادار تهران پرداختند. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که تئوری مقدار فرین شرطی نسبت به سایر مدل‌ها از عملکرد بهتری برخوردار می‌باشد. لطفعلی‌پور و همکاران (۱۳۹۶) به اندازه‌گیری ارزش در معرض ریسک شرطی پرتفوی با استفاده از روش‌های شبیه‌سازی تاریخی و FIGARCH-EVT در بورس اوراق بهادار تهران پرداختند. نتایج این تحقیق حاکی از برتری روش FIGARCH-EVT نسبت به روش شبیه‌سازی تاریخی می‌باشد.

با مرور مطالعات پیشین می‌توان به این نکته دست یافت که برای پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی عموماً از روش مرسوم GARCH-EVT استفاده شده است. بالا بودن دقت پیش‌بینی روش مذکور توسط آزمون‌های پس‌آزمایی مختلف نسبت به سایر روش‌ها به اثبات رسیده است. اما این پژوهش درصدد ارائه یک روش ترکیبی غیرخطی نوین (روش پیشنهادی در هیچ مطالعه خارجی و داخلی به کار برده نشده است) می‌باشد که عملکردی دقیق‌تر از روش مرسوم GARCH-EVT داشته باشد. روش پیشنهادی از ترکیب تئوری مقدار فرین و روش هموارسازی نمایی هلت-وینترز

(۲)

$$CVaR_{\alpha} = -\frac{n}{w} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{i,n} I_{X_i} - X_{w,n} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I - \frac{n}{w} \right) \right)$$

همچنین در صورتی که تابع توزیع پیوسته باشد، ارزش در معرض ریسک شرطی به صورت زیر قابل محاسبه می‌باشد:

(۳)

$$CVaR_{\alpha} = -\frac{1}{\alpha} \left(E(X | X \leq q_{\alpha}(X)) - q_{\alpha}(\Pr[X \leq q_{\alpha}(X)] - \alpha) \right)$$

۵-۲- روش‌های پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک شرطی

روش‌های متفاوتی برای پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک شرطی وجود دارد، اما این روش‌ها عموماً پویا نمی‌باشند. به همین جهت در این پژوهش از ترکیب تئوری مقدار فرین و روش هموارسازی نمایی هلت-وینترز به محاسبه و پیاده‌سازی یک سنجه ترکیبی نوین و پویا برای پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک شرطی گام برداشته شده است. در حالت کلی دو روش برای تعیین داده‌های فرین وجود دارد که رویکرد اول، رویکرد حداکثر بلوکی^۴ و رویکرد دوم، رویکرد فراتر از آستانه^۵ می‌باشد. در این پژوهش از رویکرد دوم استفاده شده است که در ادامه به شرح و عملکرد آن پرداخته می‌شود.

اگر X یک متغیر تصافی با تابع توزیع F باشد، آنگاه تابع توزیع مقادیر بیش از حد آستانه (F_u) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$F_u(y) = p(X - u \leq y | X > u) \quad (4)$$

$$0 \leq y \leq X - u$$

تابع توزیع شرطی F_u را می‌توان بر حسب تابع توزیع F به صورت زیر بیان کرد:

استفاده از مدل HWES برآورد و سپس باقیمانده‌های این مدل به دلیل فرض استقلال و هم توزیع بودن، توسط مدل EVT برازش شده و در نهایت به پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک شرطی پرداخته می‌شود. برای ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی، مقایسه بین آن و روش مرسوم GARCH- EVT به وسیله آزمون‌های پس‌آزمایی پوششی غیرشرطی برنولی، استقلال تخطی و آزمون تابع زیان لویز صورت گرفته است. در ادامه به شرح ارزش در معرض ریسک شرطی، روش‌های پیش‌بینی و آزمون‌های پس‌آزمایی پرداخته شده است.

۵-۱- ارزش در معرض ریسک شرطی^۲

ارزش در معرض ریسک^۳ در سطح $1 - \alpha$ در واقع نشان دهنده حد بالای دنباله چپ توزیع بازده فرضی می‌باشد. به عبارت دیگر به اندازه α درصد دوره زمانی در نظر گرفته شده، احتمال دارد که زیان محتمل از سطح تعیین شده تجاوز کند. از لحاظ آماری ارزش در ریسک به صورت زیر قابل بیان می‌باشد:

(۱)

$$P(\Pi_t - \Pi_{t-1} \geq VaR(t, k, \alpha))$$

$$= p(r_t \leq VaR(t, k, \alpha)) = 1 - \alpha$$

که در آن Π_t ارزش سبد دارایی در دوره t ، k دوره زمانی که ارزش در معرض ریسک در آن محاسبه می‌شود و در نهایت α درصد احتمال می‌باشد. در حالت کلی ارزش در معرض ریسک به دلیل نداشتن خاصیت زیرجمعی، به عنوان یک سنجه منسجم شناخته نمی‌شود. برای رفع این نقیصه از مفهوم ارزش در معرض ریسک شرطی استفاده می‌شود که عبارت است از زیان مورد انتظار به شرط آنکه زیان بیش از صدک $100 - \alpha$ باشد. در صورتی که X یک متغیر تصادفی گسسته باشد تعریف فوق به صورت زیر قابل بیان است:

با قرار دادن این مقدار بجای $\hat{F}(x)$ ، ارزش در معرض ریسک به صورت زیر به دست می آید:

$$VaR_\alpha = u - \frac{\sigma}{\xi} \left[\left(\frac{n}{N_u} \alpha \right)^{-\xi} - 1 \right] \quad (10)$$

و در نهایت مقدار ارزش در معرض ریسک شرطی از رابطه زیر به دست می آید:

$$CVaR_\alpha(x) = \frac{\%VaR_\alpha}{1-\xi} + \frac{\hat{\sigma} - \xi u}{1-\xi} \quad (11)$$

در روش مرسوم GARCH-EVT بعد از محاسبه بازدهی شاخص صنعت و شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران و تعیین طول پنجره آزمون، به طول پنجره آزمون یک حلقه برنامه نویسی تکرار می شود. در این حلقه ابتدا مدل GARCH بر داده های پنجره تخمین برازش می شود، سپس برای پسماندهای این مدل از مدل تئوری مقدار فرین استفاده شده و شاخص دم برآورد می شود. با استفاده از مقدار تخمین زده شده برای شاخص دم مقدار ارزش در معرض ریسک شرطی تخمین زده می شود و در نهایت مقدار تخمینی ارزش در معرض ریسک شرطی برای مدل GARCH با استفاده از نتایج حاصل از مدل تئوری مقدار فرین، به دست می آید و به پیش بینی پرداخته می شود. اما در این پژوهش به جای روش GARCH از روش هموارسازی نمایی هلت وینترز^۷ (HWES) استفاده می شود. این مدل به دلیل داشتن دو پارامتر هموارسازی (α, β) توانایی تعدیل داده ها را در سطح و روند داشته و به تبع آن می تواند دقت و عملکرد بهتری نسبت به روش GARCH داشته باشد. معادله ی این روش به صورت زیر است:

$$\hat{Y}_{t+1} = \alpha \cdot Y_t + (1-\alpha)(\hat{Y}_t + F_t) \quad (12)$$

معادله ی سطح

$$\hat{F}_{t+1} = \beta \cdot (Y_{t+1} - Y_t) + (1-\beta) \cdot F_t \quad (13)$$

معادله ی روند

$$F_u(y) = \frac{F(u+y) - F(u)}{1 - F(u)} = \frac{F(x) - F(u)}{1 - F(u)} \quad (5)$$

در گام بعدی طبق قضیه بالکما و هان (۱۹۷۴) برای کلاس وسیعی از توابع توزیع اصلی F، تابع توزیع اضافی شرطی $F_u(y)$ را می توان برای مقادیر بزرگ u بطور مناسبی با تابع پرتوی تعمیم یافته^۸ (GPD) تخمین زد که به صورت زیر بیان می شود:

$$F_u(y) \simeq G_{\xi, \sigma}(y) \quad \text{if } u \rightarrow \infty \quad (6)$$

که در آن $G_{\xi, \sigma}(y)$ تابع توزیع پرتوی تعمیم یافته می باشد و به صورت زیر تعریف می شود:

$$G_{\xi, \mu, \sigma}(y) = \begin{cases} 1 - \left[1 + \xi \left(\frac{x_{max} - \mu_{max}}{\sigma_{max}} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} & \text{if } \xi \neq 1 \\ 1 - \exp \left[- \left(\frac{x_{max} - \mu_{max}}{\sigma_{max}} \right) \right] & \text{if } \xi = 1 \end{cases} \quad (7)$$

در صورتی که $\xi_{max} \geq 0$ آن گاه $y \in [0, x_F - u]$ و اگر $\xi_{max} < 0$ آن گاه $y \in [0, -\frac{\sigma}{\xi}]$ می باشد. همچنین پارامتر σ پارامتر مقیاس و پارامتر ξ شاخص دم می باشد. هر چقدر شاخص دم بزرگتر باشد دنباله توزیع پهن تر می باشد. با تغییر متغیر $x = y + u$ می توان GPD را به عنوان تابعی از x به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$G_{\xi, \sigma}(y) = 1 - \left(1 + \frac{\xi(x-u)}{\sigma} \right)^{-1/\xi} \quad (8)$$

با فرض آنکه مقدار مناسب برای u معلوم بوده و همچنین پیروی دنباله توزیع مشاهدات از GPD، می توان بیان تحلیلی برای مقدار ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی به صورت زیر به دست آورد.

$$F(x) = (1 - f(u))F_u(y) + F(u) \quad (9)$$

$$LR_{CC} = 2Ln \left[\frac{(1 - \pi_{01})^{V_{00}} \pi_{01}^{V_{01}} (1 - \pi_{11})^{V_{10}} \pi_{11}^{V_{11}}}{\hat{\alpha}^{V_0} (1 - \hat{\alpha})^{V - V_0}} \right]$$

ج) آزمون تابع زیان لویز^{۱۰}

لویز (۱۹۹۹) آزمون تابع زیان لویز را به منظور لحاظ کردن مقدار زیان استثنائات بیش از مقدار ارزش در معرض ریسک شرطی پیشنهاد نمود که میانگین مقادیر تابع زیان لویز $l(CVaR_t(p), y_t)$ برای دوره آزمون، مبنای مقایسه قرار گیرد. تابع زیان لویز به صورت زیر تعریف می‌شود:

(۱۶)

$$l(x, y) = 1 + (y - x)^2 \quad \text{for } y \leq x$$

۶- یافته‌های پژوهش

۶-۱- داده‌ها

داده‌های پژوهش شامل بازده لگاریتمی شاخص صنعت و شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران از تاریخ ۱۳۸۷/۹/۲۳ تا ۱۳۹۶/۷/۵ با ۲۱۲۲ نمونه می‌باشد. داده‌ها به دو دسته دوره تخمین و دوره آزمون تقسیم‌بندی شده‌اند. دوره تخمین دوره‌ای است که در آن به محاسبه پارامترها و ارزش در معرض ریسک شرطی پرداخته و دوره آزمون دوره‌ای است که برای ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی پرداخته می‌شود. در این دوره بررسی می‌شود که مقدار ارزش در معرض ریسک شرطی در چند درصد مواقع عملکرد بهتری را از خود ارائه کرده است. در حقیقت بر اساس این دوره و آزمون‌های مشخصی با بررسی عملکرد مدل‌ها، مدلی که عملکرد مطلوب‌تری دارد، شناسایی می‌شود. در ادامه جدول آماره‌های توصیفی و نمودار بازدهی مرکب (بازده لگاریتمی) شاخص صنعت و شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران آورده شده است که به شرح زیر می‌باشد:

که در آن F_{t+1} شاخص هموارسازی در زمان $t+1$ ، \hat{Y}_{t+1} مقدار پیش‌بینی بر اساس روش هموارسازی نمایی ساده در زمان $t+1$ ، Y_{t+1} مقدار واقعی در زمان $t+1$ و α, β به ترتیب به عنوان ضریب هموارساز در سطح و روند می‌باشند (گلپر و همکاران، ۲۰۱۰).

۵-۳ آزمون‌های پس‌آزمایی

الف) آزمون پوششی برنولی^۸

آزمون پوششی برنولی که نام دیگر آن آزمون کوپیک است، دارای توزیع مربع کای با درجه آزادی یک بوده و آماره آن به صورت زیر قابل محاسبه می‌باشد (کوپیک، ۱۹۹۵):

(۱۴)

$$LR = 2Ln \left[\frac{\hat{\alpha}^{V_0} (1 - \hat{\alpha})^{V - V_0}}{\alpha^{V_0} (1 - \alpha)^{V - V_0}} \right]$$

در رابطه‌ی بالا LR همان نسبت احتمالی، V_0 تعداد تخطی‌ها (تعداد دفعاتی که زیان واقعی از زیان برآورد شده توسط ارزش در معرض ریسک شرطی بیشتر باشد)، V_0 اختلاف تعداد کل داده‌ها از تعداد تخطی‌ها و α سطح خطای مورد نظر سنجی ارزش در معرض ریسک شرطی می‌باشد.

ب) آزمون استقلال تخطی^۹

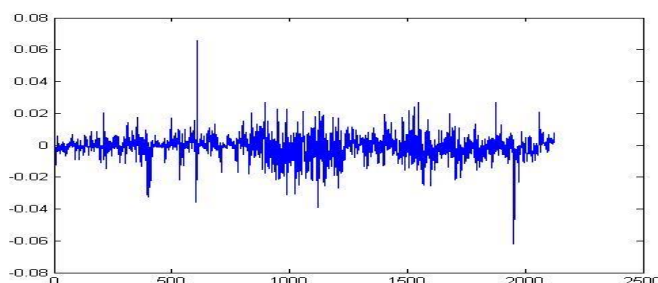
آزمون استقلال به بررسی خاصیت استقلال استثنائات از یکدیگر می‌پردازد، به عبارت دیگر نشان دهنده ارتباط بین استثنائات و پیروزی‌ها بوده و از رابطه‌ی (۱۵) پیروی می‌کند. لازم به ذکر می‌باشد که این آزمون به آزمون کریستوفرسن نیز معروف می‌باشد. آماره این آزمون به شرح زیر است (کریستوفرسن، ۱۹۹۸):

(۱۵)

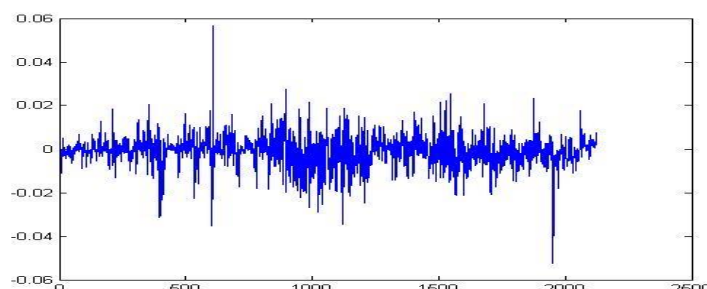
جدول ۱- آماره‌های توصیفی بازدهی شاخص صنعت و شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران

پارامترهای نمونه‌ای	مقدار پارامتر برای شاخص صنعت	مقدار پارامتر برای شاخص کل
میانگین	۰/۰۰۱۱	۰/۰۰۱۰
میانه	۰/۰۰۰۴۶	۰/۰۰۰۴۲
انحراف معیار	۰/۰۰۷۳	۰/۰۰۶۹۶
کمترین داده	-۰/۰۶۲۰۲	-۰/۰۵۲۶
بیشترین داده	۰/۰۶۵۵	۰/۰۵۶۷
چولگی	-۰/۳۸۴۸	-۰/۳۳۴۱
کشیدگی	۱۰/۴۷۲۱	۸/۵۵۲۱

منبع: یافته‌های پژوهش



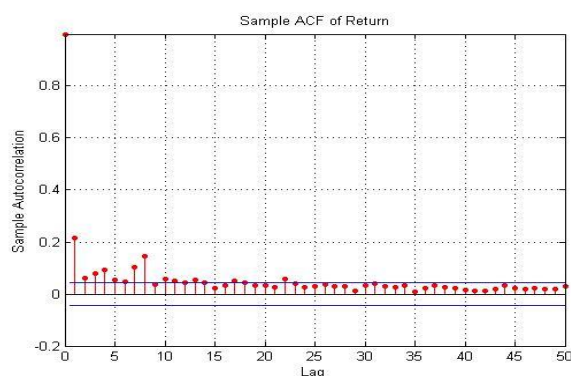
شکل ۱- نمودار بازدهی مرکب (بازده لگاریتمی) شاخص صنعت



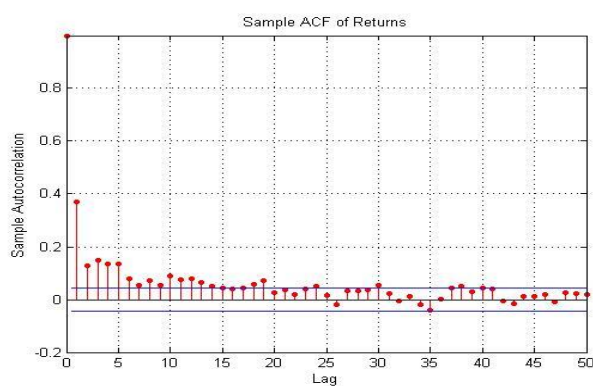
شکل ۲- نمودار بازدهی مرکب (بازده لگاریتمی) شاخص کل

مفهوم خوشه‌ای بودن تلاطم بطور شهودی به این واقعیت اشاره دارد که نوسانات شدید کنار هم و نوسانات کم دامنه نیز در نمودار کنار هم قرار می‌گیرند. علت این وضعیت حاصل از مسائل سیاسی و اجتماعی داخل کشور و بین‌المللی می‌باشد. همچنین نمودارهای تابع خود همبستگی برای مجذور بازده تا ۵۰ وقفه به صورت زیر می‌باشد:

اشکال (۱) و (۲) بازدهی لگاریتمی شاخص‌های صنعت و کل بورس اوراق بهادار تهران را در طی بازه زمانی مذکور نشان می‌دهد. با توجه به اشکال، می‌توان خوشه‌ای بودن تلاطم را مشاهده نمود. خوشه‌ای بودن تلاطم از نظر شهودی به این مفهوم اشاره دارد که در دوره‌هایی تلاطم کم و در دوره‌هایی زیاد می‌باشد. این واقعیت به ما کمک می‌کند تا با شناسایی دوره کنونی به پیش‌بینی کوتاه مدت تلاطم پی ببریم. در واقع



شکل ۳- تابع خود همبستگی برای مجذور بازده شاخص صنعت تا ۵۰ وقفه



شکل ۴- تابع خود همبستگی برای مجذور بازده شاخص کل تا ۵۰ وقفه

جارك-برا و کلموگروف-اسمیرنوف برای بررسی فرض پیروی توزیع بازده‌ها از توزیع نرمال استفاده می‌شود. با انجام آزمون آرچ نتیجه گرفته می‌شود که اثرات آرچ وجود دارد یا خیر و همچنین با بکار بردن آزمون لیونگ-باکس برای مجذور بازده‌ها می‌توان وجود واریانس ناهمسانی را برای داده‌ها بررسی نمود.

این تابع بیان می‌دارد که چگونه بازدهی یک روز به روزهای قبل وابستگی دارد. وجود چنین همبستگی معناداری به این معنا است که با استفاده از داده‌های گذشته می‌توان بازده را روزهای آینده پیش‌بینی کرد. برای بررسی دقیق ویژگی داده‌ها نیاز به یکسری آزمون می‌باشد که به آن اعتبار بخشد. مهم‌ترین این آزمون‌ها در جداول (۲) و (۳) نشان داده شده است. آزمون‌های

جدول ۲- آزمون‌های انجام شده برای بازدهی شاخص صنعت

نوع آزمون	هدف آزمون	آماره آزمون	مقدار بحرانی	سطح اطمینان
جارك-برا	پیروی داده‌ها از توزیع نرمال استاندارد	۴۹۸/۶۵	۵/۹۶۲۹	٪۹۵
کلموگروف-اسمیرنوف	پیروی داده‌ها از توزیع نرمال استاندارد	۰/۴۸۸۸	۰/۰۲۹۴	٪۹۵
لیونگ-باکس	بررسی اثر خود همبستگی بین بازده‌ها	۵۴۰/۹۵۸۱	۳۱/۴۱۰۴	٪۹۵
آرچ	بررسی وجود اثرات آرچ	۱۰۰/۰۱۲۸	۳/۸۴۱۵	٪۹۵

منبع: یافته‌های پژوهش

جدول ۳- آزمون‌های انجام شده برای بازدهی شاخص کل

نوع آزمون	هدف آزمون	آماره آزمون	مقدار بحرانی	سطح اطمینان
جارک-برا	پیروی داده‌ها از توزیع نرمال استاندارد	۲۷۶۳/۸	۵/۹۶۲۹	%۹۵
کلموگروف-اسمیرنوف	پیروی داده‌ها از توزیع نرمال استاندارد	۰/۴۸۹۳	۰/۰۲۹۴	%۹۵
لیونگ-باکس	بررسی اثر خود همبستگی بین بازده‌ها	۵۷۲/۶۴۶۷	۳۱/۴۱۰۴	%۹۵
آرچ	بررسی وجود اثرات آرچ	۱۲۶/۴۶۲۳	۳/۸۴۱۵	%۹۵

منبع: یافته‌های پژوهش

شاخص تایید می‌گردد. از طرف دیگر با انجام آزمون آرچ نتیجه گرفته می‌شود که اثرات آرچ وجود دارد و ناهمسانی واریانس یکی از ویژگی‌های این دسته از داده‌ها می‌باشد. همچنین آزمون ریشه واحد برای بازدهی شاخص‌های مذکور توسط آزمون‌های دیکي فولر تعمیم‌یافته (ADF) و فیلیپس و پرون (PP) انجام شده که به شرح زیر می‌باشد:

از نتایج جداول (۲) و (۳) می‌توان دریافت که توزیع نرمال بازدهی شاخص‌ها توسط آزمون‌های جاک-برا و کلموگروف-اسمیرنوف رد شده و به تبع آن برآورد و پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک شرطی در این پژوهش بر اساس فرض تی‌استودنت صورت می‌گیرد. بعلاوه وجود اثرات خود همبستگی بین مجذور بازده‌ها توسط آزمون لیونگ-باکس برای هر دو

جدول ۴- نتایج آزمون ریشه واحد برای بازدهی شاخص صنعت و کل بورس اوراق بهادار تهران

شاخص	آزمون	مقدار آماره	مقدار P-Value	نتیجه
شاخص صنعت	دیکي فولر تعمیم‌یافته	-۲۰/۳۲۴۵	۰/۰۰۰	داده‌ها مانا می‌باشند
	فیلیپس و پرون	-۳۳/۹۴۱۹	۰/۰۰۰	داده‌ها مانا می‌باشند
شاخص کل	دیکي فولر تعمیم‌یافته	-۱۵/۲۱۱۲	۰/۰۰۰	داده‌ها مانا می‌باشند
	فیلیپس و پرون	-۳۴/۳۶۱۷	۰/۰۰۰	داده‌ها مانا می‌باشند

منبع: یافته‌های پژوهش

استقلال استثنائات بوده که این بررسی‌ها به ترتیب با استفاده از آزمون پوششی غیرشرطی برنولی و آزمون استقلال تخطی (آزمون پوششی شرطی) صورت می‌پذیرد. نتایج آزمون‌های مذکور در جدول (۵) آورده شده است.

آزمون پوششی غیرشرطی برنولی در صورتی مدل را تایید می‌نماید که آماره این آزمون (ستون دوم جدول مذکور) از توزیع کای‌دو با درجه آزادی یک (مقدار بحرانی) کوچکتر باشد. به عبارت دیگر اگر آماره محاسبه شده‌ی آزمون به وسیله رابطه‌ی (۱۴) بیشتر از ۶/۳۳ باشد، آنگاه مدل مورد ارزیابی رد می‌شود و در غیر این صورت دقت برآورد ارزش در معرض ریسک شرطی تایید می‌گردد. به عنوان مثال، آماره آزمون

نتایج جدول (۴) نشان از مانا بودن داده‌های مورد استفاده این پژوهش (شاخص صنعت و شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران) دارد. زیرا آماره‌ی آزمون‌های دیکي فولر تعمیم‌یافته و فیلیپس و پرون در ناحیه بحرانی قرار داشته و مقدار احتمال آن صفر (کوچکتر از ۰/۰۵) می‌باشد. بنابراین فرضیه‌ی وجود مانایی داده‌ها رد نشده و داده‌ها مانا می‌باشند.

۲-۶ نتایج پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک شرطی

جهت تحلیل دقیق مناسب بودن یا نبودن یک مدل، نیاز به آزمون‌های آماری برای ارزیابی معنی‌داری نسبت نقض می‌باشد. هدف، بررسی دو ویژگی تعداد و

با درجه آزادی یک کوچکتر باشد، مدل تایید می‌شود. در نهایت مدل‌های HWES-EVT و GARCH-EVT به تعداد برابر (دو حالت) در ناحیه پذیرش قرار گرفتند و عملکرد هر دو مدل تایید شده است. بنابراین نمی‌توان بر مبنای این دو آزمون روش برتر را شناسایی نمود. از این رو برای تعیین مدل برتر از آزمون تابع زیان لوپز استفاده شده است. نتایج این آزمون در جدول (۶) آورده شده است.

پوششی غیرشرطی برنولی شاخص صنعت برای روش HWES-EVT و GARCH-EVT به ترتیب برابر با ۳/۷۲۲۵ و ۶/۸۰۹۸ شده است که بدین ترتیب دقت پیش‌بینی صورت گرفته توسط روش HWES-EVT در حالت عدم تایید قرار می‌گیرد. آزمون استقلال تخطی نیز همانند آزمون پوشش غیرشرطی برنولی، در صورتی که آماره محاسبه شده‌ی آزمون (سطر ششم جداول مذکور) از طریق رابطه‌ی (۱۵) از توزیع کای دو

جدول ۵- نتایج آزمون‌های پوششی غیرشرطی برنولی و استقلال تخطی برای شاخص صنعت و کل بورس اوراق

بهادار تهران

نوع مدل	آزمون پوششی غیرشرطی برنولی	P-Value	مقدار بحرانی	نتیجه آزمون	استقلال تخطی	P-Value	مقدار بحرانی	نتیجه آزمون
شاخص صنعت								
HWES-EVT	۳/۷۲۲۵	۰/۰۵۳۱	۶/۳۳	تایید	۱۰/۹۲۹۶	۰/۰۰۰۰	۶/۳۳	عدم تایید
GARCH-EVT	۶/۸۰۹۸	۰/۰۰۹۱	۶/۳۳	عدم تایید	۵/۰۷۸۳	۰/۰۰۰۱	۶/۳۳	تایید
شاخص کل								
HWES-EVT	۳/۷۲۲۵	۰/۰۵۳۱	۶/۳۳	تایید	NaN	NaN	۶/۳۳	عدم تایید
GARCH-EVT	۲۴/۱۳۶۲	۰/۰۰۰۰	۶/۳۳	عدم تایید	۰/۱۴۵۱	۰/۷۰۳۳	۶/۳۳	تایید

منبع: یافته‌های پژوهش

جدول ۶- نتایج آزمون تابع زیان لوپز برای شاخص صنعت و کل بورس اوراق بهادار تهران

نوع مدل	تعداد نقض‌ها	تابع زیان لوپز
شاخص صنعت		
HWES-EVT	۳	۰/۰۰۰۶
GARCH-EVT	۱	۰/۰۰۰۹
شاخص کل		
HWES-EVT	۳	۰/۰۰۰۶
GARCH-EVT	۱	۰/۰۰۰۹

منبع: یافته‌های پژوهش

۷- نتیجه‌گیری و بحث

برخوردار است، سنجهی ارزش در معرض ریسک شرطی برای برآورد و پیش‌بینی میزان ریسک و مدیریت آن می‌باشد. لذا در این پژوهش سعی در پیاده‌سازی یک روش ترکیبی غیرخطی برای محاسبه و پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک شرطی به شکل

با توجه به ماهیت ریسکی تصمیم‌گیری‌های سرمایه‌گذاری، شناسایی و پیش‌بینی ریسک به یکی از دغدغه‌های فعالان بخش مالی تبدیل شده است. یکی از سنجه‌هایی که در حال حاضر از محبوبیت زیادی

هموارسازی نمایی هلت-وینترز همانند روش هلت-وینترز ضربی با سه پارامتر هموارساز^{۱۱} (HWESM) و روش هلت-وینترز تجمعی با سه پارامتر هموارساز^{۱۲} (HWESC) برای ترکیب با تئوری مقدار فرین استفاده گردد و با روش‌های جدید دیگری که بر مبنای تئوری مقدار فرین می‌باشند (همانند روش FIGARCH-EVT) که در سال ۱۳۹۶ توسط لطفعلی پور و همکاران ارائه گشت) به منظور شناسایی مدل برتر، مقایسه شود.

فهرست منابع

- * زمانی، شیوا، اسلامی، بیدگلی، سعید، کاظمی، معین. (۱۳۹۲). محاسبه ارزش در معرض ریسک شاخص بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از نظریه ارزش فرین، فصل نامه بورس اوراق بهادار. ۶(۲۱)، ۱۱۵-۱۳۶.
- * سارنج، علیرضا، نوراحمدی، مرضیه. (۱۳۹۵). تخمین ارزش در معرض ریسک (VaR) و ریزش مورد انتظار (ES) استفاده از رویکرد ارزش فرین شرطی در بورس اوراق بهادار تهران. مجله تحقیقات مالی، ۳(۱۸)، ۴۳۷-۴۶۰.
- * لطفعلی پور، محمدرضا، نصرتی، مهدیه، قدیری مقدم، ابوالفضل، فیلسرایبی، مهدی. (۱۳۹۶). اندازه‌گیری ارزش در معرض ریسک شرطی پرتفوی با روش FIGARCH-EVT در بورس اوراق بهادار تهران. ۸(۳۱)، ۲۸۱-۲۹۵.
- * Acerbi, C., & Tasche, D. (2002). Expected shortfall: a natural coherent alternative to value at risk. *Economic notes*, 31(2), 379-388.
- * Ayusuk, A. and Sriboonchitta, S., (2016) Copula Based Volatility Models and Extreme Value Theory for Portfolio Simulation with an Application to Asian Stock Markets. In *Causal Inference in Econometrics*, 14(2), 279-293.
- * Balkema, A. A., & De Haan, L. (1974). Residual life time at great age. *The Annals of probability*, 792-804.
- * Chrétien, S., Coggins, F., & Trudel, Y. (2010). Performance of monthly multivariate filtered historical simulation value-at-risk.

پویا شده است. به همین منظور از رویکرد ترکیبی نوین HWES-EVT که پویایی و ویژگی دنباله پهنی داده‌ها را در مدل‌سازی خود در نظر می‌گیرد، استفاده شده و با روش مرسوم مقایسه‌ای به عمل آمده است. برای شناسایی روش برتر، نخست از آزمون‌های پس‌آزمایی پوششی غیرشرطی برنولی و استقلال تخطی استفاده شد، اما همان‌گونه اشاره گردید به دلیل خروجی یکسانی که از این دو آزمون حاصل گشت، نمی‌توان روش برتر را شناسایی نمود. لذا آزمون تابع زیان لوپز نیز مورد استفاده قرار گرفت. در جدول (۶) نمرات تابع زیان لوپز کسب شده‌ی شاخص صنعت بورس اوراق بهادار تهران برای روش‌های HWES-EVT و GARCH-EVT به ترتیب برابر شده است با ۰/۰۰۰۶ و ۰/۰۰۰۹. بدین ترتیب روش HWES-EVT در پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک شرطی عملکرد بهتری داشته و رتبه‌ی اول را کسب نموده است. برای شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران نیز روش پیشنهادی عملکرد قابل قبول‌تری به نسبت روش مرسوم داشته است. لازم به ذکر است که برابری آماره تابع زیان لوپز در جدول (۶) برای شاخص‌های مذکور، به دلیل برابری در تعداد تخطی آن‌ها است. همچنین مقایسه نتایج این مطالعه و یافته‌های نورتی و همکاران (۲۰۱۵) مشاهده می‌شود که روش تئوری مقدار فرین پیش‌بینی قابل اتکایی از ارزش در معرض ریسک شرطی در صدک‌های بالا به ازای آزمون‌های پس‌آزمایی متفاوت از خود ارائه می‌دهد. همچنین نتایج این تحقیق همانند یافته‌های لطفعلی پور و همکاران (۱۳۹۶) که اندازه‌گیری ارزش در معرض ریسک شرطی با روش ترکیبی نوین مبتنی بر تئوری مقدار فرین پرداختند، عملکرد روش پیشنهادی نسبت به روش مرسوم (GARCH-EVT) تایید گشت. پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک شرطی (CVaR) مقوله جدیدی در مطالعات خارجی و داخلی محسوب شده و کمتر مورد توجه پژوهش‌گران قرار گرفته است. از این رو زمینه مناسبی برای کارهای آتی می‌باشد. پیشنهاد می‌شود که از سایر مدل‌های روش

- stock exchange index. SpringerPlus, 4(1), 696.
- * Singh, A. K., Allen, D. E., & Powell, R. J. (2011). Value at risk estimation using extreme value theory.
 - * Soltane, H. B., Karaa, A., & Bellalah, M. (2012). Conditional VaR Using GARCH-EVT Approach: Forecasting Volatility in Tunisian Financial Market. Journal of Computations & Modelling, 2(2), 95-115.
 - * Youssef, M., Belkacem, L., & Mokni, K. (2015). Value-at-Risk estimation of energy commodities: A long-memory GARCH-EVT approach. Energy Economics, 51, 99-110

یادداشت‌ها

¹ Extreme Value Theory

² Conditional Value at Risk

³ Value at Risk

⁴ Block Maxima approach

⁵ Peak Over Threshold approach

⁶ Generalized Pareto Distribution

⁷ Holt-Winters Exponential Smoothing

⁸ Bernoulli coverage test

⁹ Independence error test

¹⁰ Lopez loss function test

¹¹ Holt-Winters Exponential Smoothing Multiplicative method with Three parameters

¹² Holt-Winters Exponential Smoothing Cumulative method with Three parameters

- Journal of Risk Management in Financial Institutions, 3(3): 259-277.
- * Christoffersen, P. F. (1998). "Evaluating interval forecasts". International economic review, 841-862.
 - * Fisher, R. A., & Tippett, L. H. (1928). Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample. Proceeding of Cambridge Philosophical Society, 24, 180-190.
 - * Gelper, S., Fried, R., & Croux, C. (2010). Robust forecasting with exponential and Holt-Winters smoothing. Journal of forecasting, 29(3), 285-300.
 - * Gencay, R., & Selcuk, F. (2004). Extreme value theory and Value-at-Risk: Relative performance in emerging markets. International Journal of Forecasting, 20(2), 287-303.
 - * Gilli, M. (2006). An application of extreme value theory for measuring financial risk. Computational Economics, 27(2-3), 207-228.
 - * Haan, L., Jansen, D. W., Koedijk, K., & de Vries, C. G. (1994). Safety first portfolio selection, extreme value theory and long run asset risks. In Extreme value theory and applications. Springer US, 471-487.
 - * Jansen, D. W., & De Vries, C. G. (1991). On the frequency of large stock returns: Putting booms and busts into perspective. The review of economics and statistics, 18-24.
 - * Karmakar, M. (2017). Dependence structure and portfolio risk in Indian foreign exchange market: A GARCH-EVT-Copula approach. The Quarterly Review of Economics and Finance, 64, 275-291.
 - * Karmakar, M., & Paul, S. (2016). Intraday risk management in International stock markets: A conditional EVT approach. International Review of Financial Analysis, 44, 34-55.
 - * Kupiec, P. H. (1995). "Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models". The J. of Derivatives, 3(2).
 - * Lopez, J. A. (1999). Methods for evaluating value-at-risk estimates. Economic Review-Federal Reserve Bank of San Francisco, (2), 3.
 - * Messaoud, S. B., & Aloui, C. (2015). Measuring Risk of Portfolio: GARCH-Copula Model. Journal of Economic Integration, 172-205.
 - * Nortey, E. N., Asare, K., & Mettle, F. O. (2015). Extreme value modelling of Ghana

