Archive of SID

*Farhangian University* دانشگاه فرهنگیان
*Quarterly Journal of Education in Basic Sciences* فصلنامه پویش در آموزش علوم پایه
*Volume ۵, Issue ۱۵, summer ۲۰۱۹* دوره پنجم، شماره پانزدهم، تابستان ۱۳۹۸

# تأثیر به‌کارگیری مدل حل مسئله پولیا در کاهش خطای نیومن دانش آموزان در حل مسائل مربوط به ترکیبات پایه دهم رشته ریاضی

وحید عالمیان[۱]، علی لطفی نژاد[۲]، ملوک حبیبی[۳]

دریافت : ۹۸/۳/۲۷ پذیرش: ۹۸/۴/۱

**چکیده**

هدف این پژوهش تأثیر به‌کارگیری مدل حل مسئله پولیا در کاهش خطای نیومن دانش‌آموزان سال دهم رشته ریاضی در حل مسائل ترکیبیات در مناطق مارلیک و سرآسیاب از شهرستان ملارد استان تهران هست. این پژوهش به‌صورت نیمه تجربی انجام‌شده است. جامعه آماری این پژوهش تمام دانش آموزان پسر سال دهم رشته ریاضی مناطق مارلیک و سرآسیاب شهرستان ملارد استان تهران در سال تحصیلی ۹۷-۹۶ به تعداد ۱۰۰ نفر هست که از این تعداد دوکلاس ۳۰ نفری به‌عنوان نمونه انتخاب‌شده است. برای جمع‌آوری داده‌ها از دو آزمون محقق ساخته برای دو مرحله پیش‌آزمون و پس‌آزمون هر یک شامل شش سؤال از شش تیپ مختلف استفاده‌شده است مقدار آلفای کرونباخ برای بررسی پایایی حدود۰/۷۳ و مقدار CVR برای بررسی روایی سوالات استفاده شده بین ۰/۸تا۱ بدست آمد. برای تجزیه و تحلیل داده ها از جدول فراوانی، درصد، میانگین، واریانس و همچنین آزمون U برای بررسی استنباطی استفاده شد نتیجه این آزمون‌ها نشان داد به‌کارگیری مدل حل مسئله پولیا توانست خطاها را در مراحل درک و تبدیل به‌صورت معناداری کاهش دهد ولی تغییر معناداری در مراحل پردازش و کدگذاری مشاهده نشد.

**کلمات کلیدی**: ترکیبیات، مدل حل مسئله پولیا، تحلیل خطای نیومن، خطا.

۱. استادیارگروه ریاضی، دانشگاه فرهنگیان، ایران، نویسنده مسئول،vahid_alamian@yahoo.com
۲. دبیر ریاضی، شهرستان ملارد، ایران.
۳. استادیارگروه ریاضی، دانشگاه فرهنگیان، ایران.



www.SID.ir

Archive of SID

**مقدمه**

یکی از مباحث مهم در ریاضی دبیرستانی، ریاضیات گسسته است که به بخش‌هایی از ریاضیات گفته می‌شود که با ساختارهای گسسته (ساختارهایی که در آن‌ها مفهوم پیوستگی وجود ندارد مانند گراف، تئوری اعداد و...) سروکار دارد، ریاضیات گسسته به دلیل کاربردهای زیاد در علوم رایانه در دهه‌های گذشته کاربرد زیاد یافته است. یکی از موضوعات مورد بحث در ریاضی گسسته بحث ترکیبیات است. ترکیبیات از قدیمی‌ترین مباحث ریاضیات گسسته به شمار می‌رود و قدمت آن به قرن ۱۶ می‌رسد (وایلنکین ۱۹۷۱)[۱] در سال‌های گذشته ترکیبیات در بیشتر نظام‌های آموزشی در جهان در برنامه‌های درسی مدارس ابتدایی و متوسطه ظاهر شد. در بیشتر این کشورها فرمول‌بندی ترکیبیات در سال دهم معرفی می‌شود هرچند که دانش‌آموزان از سال‌های قبل با آن‌ها آشنا می‌شوند. (۲۰۱۵ ژانکا ملوسووا[۲]) یکی از مسائلی که ترکیبیات را از دیگر شاخه‌های ریاضی متمایز می‌کند این است که آموختن آن نیاز به اطلاعات خاصی از ریاضیات ندارد و داشتن معلومات ریاضی دوره راهنمایی نیز برای درک آن کافی به نظر می‌رسد چراکه ریشه‌های ترکیبیات درواقع به مسائل معماگونه ریاضی و بازی‌ها می‌رسد. بسیاری از مسائل ترکیبیات که درگذشته برای تفریح بررسی‌شده‌اند امروزه اهمیت زیادی در ریاضیات محض و کاربردی دارند .به همین دلیل «در مطالعه ترکیبیات و جایگشت‌ها، دانش آموزان به مسائلی از دنیای واقعی احتیاج دارند تا نسبت به یادگیری و حل مسائل ترکیبیات تحریک شوند»(موسادی، لاوسینچای[۳] ۲۰۱۱).

به دلیل نقش پایه‌ای ترکیبیات در ریاضی گسسته و تأثیر آن در علومی همچون کامپیوتر، احتمال، رمزنگاری وآمارو... آموزش و یادگیری و درنتیجه توانایی حل مسائل آن از اهمیتی ویژه برخوردار است تا دانش‌آموزی که می‌خواهد در این علوم ادامه تحصیل دهد، توانایی بیشتری دراین‌ارتباط داشته باشد.به همین دلیل ضروری است که علت خطای دانش آموزان در حل مسائل مورد بررسی قرار گیرد که مهم‌ترین مدل برای تحلیل خطای دانش آموزان در حل مسئله، تحلیل خطای نیومن است که سلسله مراتبی است. نیومن[۴] یک آموزشگر زبان استرالیایی بود که در اواسط دهه هفتاد، یک روش مدون برای تحلیل خطای دانش آموزان بنا نهاد که بعدها گسترش یافت.

با شناخت خطای دانش اموزان بر اساس مدل نیومن  پژوهشگر بدنبال کاهش خطای دانش آموزان در حل مسائل ترکیبیات است . جرج پولیا در سال ۱۹۴۵ با انتشار کتاب "چگونه مسئله حل کنیم "در صورت‌بندی و سازمان‌دهی روش حل مسئله پیش‌قدم شد و این تاریخ به‌عنوان نقطه عطفی در تاریخ آموزش ریاضی ثبت شد. بااین‌حال قبل ازپولیا نیز کارهایی برای آموزش حل مسئله انجام شد که ازجمله سقراط را اولین فردی می‌دانند که مبادرت به آموزش حل مسئله راضی کرد (به نقل از خدایاری ۱۳۹۳).

در این پژوهش تاثیر مدل حل مسئله پولیا بر کاهش خطای نیومن دانش آموزان در حل مسائل ترکیبیات بررسی می گردد.

[۱] Vilenkin
[۲] JankaMelusova
[۳] Busadee & Laosinchai
[۴] Anne newman

www.SID.ir

Archive of SID

## ادبیات تحقیق

### مسئله و حل مسئله:

ازنظر (دزکی ۱۳۹۳) هر موقعیت مبهم برای یک فرد، یک مسئله است. به‌عبارت‌دیگر هرگاه فردی بخواهد کاری انجام دهد ولی نتواند به هدف خود برسد برایش مسئله ایجاد می‌شود، درنتیجه هر موقعیت مبهم یک مسئله است این‌یک بیان ساده بود؛ اما سیف (۱۳۹۰) بیان می‌کند که زمانی که یادگیرنده با موقعیتی روبرو می‌شود که نمی‌تواند با استفاده از اطلاعات و مهارت‌هایی که در آن لحظه در اختیار دارد به آن موقعیت سریعاً پاسخ درست بدهد یا وقتی‌که هدفی دارد و هنوز راه رسیدن به آن را نیافته است میگوییم وی با یک مسئله روبه‌رو است با توجه به تعریف مسئله می‌توان گفت حل مسئله، تشخیص و کاربرد دانش مهارت‌هایی است که منجر به پاسخ درست یادگیرنده به موقعیت یا رسیدن او به هدف موردنظرش می‌شود. اسلاوین (۲۰۰۶) پس عنصر اساسی حل مسئله کاربست دانش و مهارت‌های قبلاً آموخته‌شده در موقعیت جدید است.

جرج پولیا برای واژه مسئله، تعریف گسترده‌تری را به کاربرد. ازنظر او مسئله ضرورت جستجوی آگاهانه روشی مناسب برای رسیدن به هدفی روشن که در شروع غیرقابل‌دسترس به نظر می‌رسد؛ و حل مسئله یافتن راه وسیله برای رسیده به این هدف است. ازنظر او یک مسئله می‌تواند یک موقعیت جدید برای فرد باشد که از قبل راه‌حل مشخص برای آن نداشته باشد. ریحانی (۱۳۹۳) به نقل از لستر[۱] (۱۹۷۸) ذکر می‌کند که یک مسئله، موقعیتی برای شخص یا گروه در لحظه تصمیم‌گیری جهت انجام یک تکلیف که برای حل کامل آن الگوریتمی ساده و در دسترس موجود نیست، هست. ازنظر شونفیلد (۱۹۸۵) مسئله فعالیتی است که در آن دانش امور درگیر است و تلاش دارد برای آن راه‌حلی پیدا کند. حل مسئله، مستلزم به‌کارگیری انواع توانایی‌های حل‌کننده است؛ بنابراین حل مسئله می‌تواند در خلق اندیشه‌های سازنده، نقش بازی کند.

تفاوت تمرین و مسئله در این است که تمرین برای شخص هیچ‌چیز چالش‌برانگیزی ندارد ولی در حل مسئله با چالش روبرو هستیم و روشی از پیش آماده برای حل نداریم (شونفیلد ۱۹۸۵).

ازنظر (راستی زاده ۱۳۹۳) مسئله دارای ماهیت نسبی است؛ یعنی آنچه می‌تواند برای یک فرد مسئله باشد ممکن است برای دیگری تمرین باشد. درواقع در تمرین هیچ مورد چالش‌برانگیزی وجود ندارد ولی در مسئله حل‌کننده در ابتدا نمی‌داند مسئله را چگونه حل کند هرچند دانش لازم آن را در اختیار دارد.

تا مدت‌ها آموزشگران ریاضی تصور می‌کردند که حل مسئله مخصوص افراد خاص است و افراد دیگر این قابلیت را ندارند .به‌عبارت‌دیگر تصور می‌کردند که حل مسئله آموزش دادنی نیست بلکه یک ویژگی ذاتی است که فقط مختص بعضی از افراد است .درنتیجه کسی تلاشی برای آموزش حل مسئله به دانش آموزان نمی‌کرد. به‌تدریج آموزشگران ریاضی مختلفی به این عرصه وارد شدند که سعی در آموزش روش‌های حل مسئله به دانش آموزان داشتند. ازجمله پولیا، نیومن، شونفیلد و...

حل مسئله نوعی از یادگیری بسیار پیچیده است .مسئله و تلاش برای حل آن جزئی از زندگی هر فرد است. روند حل مسئله عبارت است از جست‌وجوی راه خروج از دشواری‌ها یا مسیر عبور از مانع‌ها، این است روند دستیابی به هدف که در آغاز کار چندان قابل‌دسترس به نظر نمی‌رسد» .حل مسئله «عبارت است از فرایند شناختی - رفتاری که توسط خود فرد هدایت می‌شود و فرد سعی می‌کند با کمک آن راه‌حل‌های مؤثر یا سازگارانه‌ای برای مسائل زندگی روزمره خویش پیدا کند .به‌این‌ترتیب حل مسئله، یک فرایند آگاهانه، منطقی و هدفمند است (دوزوریلا[۲] ونیزو[۳] ۲۰۰۱).

---

[۱] lester
[۲] Dzorilla
[۳] Nezu

www.SID.ir

Archive of SID

حل مسئله، خاصیت ویژه‌ای از ذهن است و ذهن استعدادی است، خاص انسان؛ بنابراین حل مسئله را می‌توان به‌عنوان از خود ویژه‌ترین پدیده‌های فعالیت انسانی دانست .حل مسئله هنری عملی است، همچون شنا کردن، ورزش اسکی یا نواختن پیانو و این هنر را می‌توان یاد گرفت، تنها به شرطی که از سرمشق خوبی تقلید و دائماً تمرین کنیم (جرج پولیا،۱۹۶۲).

شورای ملی معلمین ریاضی در سند اصول و استانداردها برای ریاضیات مدرسه، حل مسئله را درگیر شدن در وظیفه، تکلیف و فعالیتی می‌داند که روش حل آن از پیش شناخته‌شده نیست. به این خاطر برای یافتن راه‌حل، دانش‌آموزان باید آن را از درون دانش خودشان بیرون بکشند و از مسیر این فرآیند آن‌ها اغلب درک و فهم‌های جدید ریاضی را رشد و توسعه خواهند داد. از این منظر حل کردن مسئله‌ها فقط یک هدف یادگیری ریاضی نیست، بلکه یک ابزار و روش اصلی و فراگیر انجام دادن ریاضیات است .در یک تدریس موفق با توجه به شرایط، باید گاه آن را به‌عنوان هدف و گاه ابزار در نظر گرفت. (لستر ۲۰۱۳، نقل‌شده در ریحانی،۱۳۹۵).

دانش‌آموزان باید فرصت‌های فراوان و متواتر برای صورت‌بندی کردن، گلاویز شدن و حل کردن مسائل پیچیده‌ای که نیازمند و مستلزم تلاش و کوشش است، داشته باشند و پس‌ازآن ترغیب و تهییج شوند که روی تفکرشان بازتاب و عکس-العمل داشته باشند (ریحانی ۱۳۹۵).

استرنبرگ[۱] (۲۰۰۵) حل مسئله را این‌گونه تعریف می‌کند :حل مسئله شامل کار ذهنی برای غلبه بر موانعی است که سر راه دستیابی به هدف قرار دارد .ازنظر استرنبرگ مراحل کلیدی حل مسئله عبارت‌اند از: تشخیص مسئله، تعریف و بازنمایی مسئله، تولید راهبرد، سازمان‌دهی اطلاعات، تخصیص منابع، نظارت و ارزیابی. در تجربه‌های روزانه، این مراحل ممکن است با انعطاف به کار روند. مراحل مختلف ممکن است تکرار شوند، خارج از زنجیره متوالی رخ دهند، یا به‌صورت تعاملی به اجرا درآیند (نقل در ریحانی،۱۳۹۵).

افراد زیادی روی حل مساله کار کردند که ازآن جمله می توان به جرج پولیا و نیومن اشاره کرد .

مدل حل مسئله پولیا :

جرج پولیا اولین کسی بود که در قرن بیستم به‌صورت کاملاً جدی به‌طورکلی روش‌های حل مسئله پرداخت. او کتابی تحت عنوان چگونه آن را حل کنیم در سال ۱۹۴۵ نوشت. (این کتاب در زبان فارسی به نام چگونه مسئله را حل کنیم ترجمه شد).

ازنظر او برای یافتن جواب مسئله باید وضع خود را مکرر در مکرر تغییر دهیم. هنگامی‌که کار را آغاز می‌کنیم، طرز تصور ما نسبت به مسئله احتمالاً کامل نیست آنگاه‌که در راه‌حل مسئله اندکی پیش رفتیم نگرش دیگری پیدا خواهیم کرد و آن زمان که تقریباً به حل مسئله نزدیک شده‌ایم، بازهم طرز دید تازه‌ای خواهیم داشت.او در این کتاب برای حل یک مسئله چهار مرحله را پیشنهاد می‌دهد که در هر مرحله اعمالی باید انجام گیرد.

- مرحله اول: فهمیدن

فهمیدن مسئله یعنی تشخیص داده‌ها و خواسته‌های آن و درک ارتباط بین آن‌ها. فهم یک مسئله درواقع بخش اصلی فرآیند حل مسئله است.

معلمان می‌توانند برای طی کردن این گام، سؤال‌های گوناگونی مطرح کنند مانند نمونه زیر:

- داده‌های مسئله چیست؟
- خواسته‌های آن کدام‌اند؟

[۱] Sternberg

www.SID.ir

Archive of SID

- مسئله را به‌صورت خلاصه بیان کنید.
- مسئله را به زبان و بیان خود توضیح دهید و دوباره تکرار کنید.
- مسئله را به‌صورت نمایشی اجرا کنید.
- مسئله را با شکل‌ها و یا اشیا مدل‌سازی کنید.
- آیا معنی واژه‌ها، لغات و اصطلاحات به‌کاررفته در مسئله را می‌دانید؟

○ مرحله دوم: طرح نقشه

در این مرحله طرح مسئله از ابعاد متفاوت ریاضی بررسی می‌شود؛ یعنی تعیین این‌که مسئله به کدام‌یک از شاخه‌های هندسه، کسر، جبر و ... مربوط است. چگونه می‌توان آن را مدل‌سازی کرد؟ کدام روش یا راهبرد برای حل آن مناسب‌تر است؟ در این مرحله ممکن است مجبور شویم به گام فهمیدن برگردیم و این رفت‌وبرگشت تا پیدا کردن یک راه‌حل مناسب ادامه می‌یابد.

○ اجرای نقشه

در گام سوم، وقتی راهبرد مناسب برای حل مسئله مشخص شد، به حل آن اقدام می‌کنیم، هنگام حل مسئله ممکن است به این نتیجه برسیم که راهبرد انتخاب‌شده مناسب نیست و به حل مسئله منجر نمی‌شود. بنابراین باید به گام دوم برگردیم و راهبرد تغییر دهیم. یا حتی مجبور شویم برای فهمیدن بخش‌های از مسئله به گام اول برگردیم.

○ بازگشت به عقب

در فرآیند حل مسئله گام نگاه به عقب اهمیت زیادی دارد. این مرحله جلوه‌ها و معنی‌های متفاوتی دارد. تفسیر و ترجمه جواب ریاضی مسئله در دنیای واقعی، بررسی منطقی بودن پاسخ و این‌که جواب به‌دست‌آمده همان خواسته مسئله است یا نه بررسی صحت عملیات انجام‌شده بررسی مجدد مراحل مسئله، تطبیق شرایط موردنظر مسئله با پاسخ به‌دست‌آمده، بررسی مسئله با یک راهبرد یا راه‌حل دیگر و در نظر گرفتن سایر حالت‌ها و شرایط برای مسئله، نمونه‌هایی از کارهایی هستند که می‌توان در گام آخر انجام داد.

روش پولیا نمی تواند بیان کند که خطای دانش آموز در چه مرحله ای رخ می دهد .در ادامه روش نیومن را برای این منظور بررسی می شود .

مدل سلسله مراتبی حل مسئله نیومن

بر طبق تحلیل خطای نیومن[1] فراگیر برای حل یک مسئله باید بتواند سلسله مراحل زیر را به‌درستی طی کند.

۱) خواندن ۲) درک کردن ۳) تبدیل ۴) پردازش ۵) کدگذاری.

تحلیل خطای نیومن چارچوبی را برای در نظر گرفتن دلایلی که مشکلات را به وجود می‌آورند و فرآیند کمک به معلمان برای تعیین قسمتی از سؤال که سوءتفاهم رخ‌داده است و استراتژی‌های مؤثر تدریس برای غلبه بر آن‌ها را فراهم می‌کند. (نقل در کلمنتش، الرتون ۱۹۹۶).

نیومن از این نظر که شکست در هر مرحله‌ای می‌تواند مسئله حل کن را از ادامه حل مسئله بازدارد، از واژه سلسله‌مراتبی استفاده کرد. (احمدلو و همکاران ۱۳۸۸). همچنین تحلیل خطای نیومن یک چارچوب برای توجه به ارائه دلایلی است که می‌تواند به معلمان برای یافتن جایی که دانش آموزان دچار سوءتفاهم در درک یا مشکل در حل یا مشکلات ساختاری از قبل هستند، کمک کند. (کلمنتش و الرتون ۱۹۹۶)

[1] Newman's Error Analysis (NEA)

www.SID.ir

Archive of SID

روش نیومن را می‌توان با یک نوع مصاحبه انجام داد .خطاهای دانش‌آموزان نیز می‌تواند در هر سطحی از حل مسئله رخ بدهد. (ناکومورا و همکاران،۲۰۰۶) به نقل از نیومن بیان می‌کنند زمانی شخصی می‌تواند به حل درستی در مسئله دست یابد که بتواند بر تعدادی از موانع در مشکلات فهم ریاضی فائق آید که عبارت‌اند از :خواندن، درک مطلب، انتقال، مهارت‌های پردازش و رمزگذاری. وی این پنج مهارت ویژه را به‌عنوان عوامل بسیار مهم در حل مسئله ریاضی تعریف می‌کند .او از دانش‌آموزان درخواست کرد تا در حین تلاش برای حل مسئله این مراحل را انجام دهند:

۱) سؤال را بخواند و اگر لغتی را نمی‌داند از آن صرف‌نظر کند.

۲) آنچه را که سؤال از آن‌ها می‌خواهد را بازگو کند.

۳) راه‌حل موردنظر را بیان کند.

۴) در زمان حل مسئله با صدای بلند مراحلی را که می‌خواهند به کار برند را بازگو کنند تا آزمایشگر به نحوه تفکرشان پی ببرد.

۵) پاسخ نهایی خود را یادداشت کنند.

انجام روش نیومن، همراه با یک مصاحبه همراه است که خطاهای دانش آموزان در هر مرحله ممکن است اتفاق بیفتد. سه سطح اول مدل نیومن را می‌توان مربوط به سواد یا انتظارات مربوط به سواد دانست، درحالی‌که دو سطح بعدی بیشتر به ریاضیات می‌پردازد .

- نمونه ای از فاکتورهای رخ دادن خطای نیومن ازنظر پژوهشگران مختلف

پراکیتی پونگ و ناکومورا (۲۰۰۶) خطاها را به‌صورت زیر تعریف می‌کنند:

۱) خواندن: آیا دانش‌آموز می‌تواند سؤال را بخواند.

۲) درک: آیا دانش امور می‌تواند معنی سؤال را درک کند.

۳) تبدیل: آیا دانش امور می‌تواند عملیات یا روش مناسبی را انتخاب کند؟

۴) پردازش: آیا دانش امور می‌تواند محاسبات ریاضی را دقیق انجام دهد؟

۵) رمزگذاری: آیا دانش امور می‌تواند جواب مناسب ارائه دهد؟

در اینجا با توجه به اینکه موضوع این پژوهش، در مورد مسائل ترکیبیات است، مختصری درباره این مبحث توضیح داده می‌شود.

- ترکیبیات

مباحث ترکیبیات بسیار گسترده‌اند ولی اساس آن بر پایه روش‌های شمارش است درواقع «مسئله اساسی در ترکیبیات شمارش تعداد عناصر یک مجموعه متناهی است.»(ترکیبیات و جایگشت. ریچارد استنلی ۲۰۱۱) .ولی به نظر می‌رسد که پس‌ازآن، به‌تدریج که یادگیرنده به زمینه‌های «دشوارتر» ریاضیات، چون جبر، هندسه، مثلثات و حساب دیفرانسیل و انتگرال می‌رسد توجه بسیار کمتری به گسترش بیشتر مفهوم شمارش مبذول می‌شود .مسئله شمردن محدود به‌حساب نیست. کاربردهایی نیز درزمینه چون حساب احتمالات و آمار (در ریاضیات) و در تحلیل الگوریتم‌ها (در علم کامپیوتر) دارد. ازجمله (گارفیلد وآلگرن ۱۹۸۸) نشان‌می‌دهندکه جایگشت و ترکیبیات بخش مهمی از دوره مقدماتی آمار در برخی از دانشگاه‌ها است و همچنین اساس مباحث ریاضی گسسته هستند. (راسن ۲۰۰۴ و ۲۰۱۱) نیز (به نقل از سوکوریانتو و همکاران ۲۰۱۶) تأکید می‌کند که اساس ریاضیات گسسته، ترکیبیات و جایگشت است... همچنین ترکیبیات در سطح پیشرفته‌تر در نظام‌های رمزنگاری

www.SID.ir

Archive of SID

مورداستفاده قرار می‌گیرد. (سوکارینتو و همکاران ۲۰۱۶) تأکید می‌کنند که این کاربردها و تأثیرهای ترکیبیات نشان می‌دهد که یادگیری مبانی ترکیبیات و جایگشت، در مدارس بسیار موردنیاز است.

ترکیبات یکی از شاخه‌های مهم و جذّاب ریاضیات است و شمارش یکی از اصلی‌ترین موضوعات آن هست .شمارش به‌صورت یک‌به‌یک فرایندی است که دانش امور در ابتدای آشنایی با ریاضیات با آن مواجه می‌شود، ولی با آشنایی فرد با مسائل پیچیده‌تر به نظر می‌رسد که شمارش یک‌به‌یک در بسیاری موارد کافی نیست و نیاز به فن‌ها و مهارت‌های بیشتری از شمارش وجود دارد .فصل ۶ کتاب ریاضی پایه دهم به این مبحث اختصاص‌یافته است .این فصل، شامل سه درس است .در درس اوّل اصول جمع و ضرب مطرح می‌شوند که از مهم‌ترین پایه‌ها برای به دست آوردن فن‌های شمارش می‌باشند .درواقع با درک این دو اصل و بدون دانستن مفاهیم پیشرفته‌ای از ریاضیات، بسیاری سؤال‌های نه‌چندان ساده شیء و جایگشت n شمارش قابل‌حل هستند. در درس دوم با استفاده از مفهوم اصل ضرب، مفهوم جایگشت شیء بیان و تشریح می‌گردد و در درس سوم مفهوم ترکیب و مسائل مربوط به آن مطرح می‌شود.

در مباحث و مسائل ترکیباتی باید توجه شود که سطح دشواری سؤال‌ها می‌تواند با کوچک‌ترین تغییر در سؤال بسیار تغییر کند تا آنجا که بدون نیاز به دانستن مفاهیم پیشرفته در این موضوع و فقط با دانستن چند رابطه ساده اوّلیِ در ترکیبیات، برای برخی مسائل پیچیده ترکیبیاتی که بعضاً در آزمون‌های المپیاد نیز مطرح‌شده‌اند، می‌توان حل ارائه نمود .لذا بهتر است معلم همواره سطح سختی سؤال‌ها را کنترل نماید و مسائلی طرح کند که دانش آموزان برای حل آن با چالشی مواجه شوند که با توجه به مفاهیم آموزش داده‌شده و باکمی تفکر قابل‌حل باشند و حل آن‌ها برای دانش آموزان غیرقابل‌دسترس نباشد.

تحقیقات بسیاری در حوزه تحلیل خطای نیومن انجام‌شده که نشان‌دهنده نوع خطا در پایه‌های مختلف و مباحث مختلف ریاضی بوده‌اند ولی تحقیقی در ارتباط با تأثیر به‌کارگیری مدل حل مسئله پولیا روی کاهش خطای نیومن دانش آموزان درمسائل ترکیبیاتی مشاهده نشده است. از جمله تحقیقات می توان به موارد زیر اشاره کرد :

اسد نژاد و یافتیان (۱۳۹۵) در تحقیق خود نشان دادند بیشتر خطاهای دانش آموزان در سه سطح اول یعنی خواندن و درک و تبدیل شکل می‌گیرد. واحد پور (۱۳۹۶) در پژوهشی در حل مسائل کلامی مربوط به معادلات خطی بر اساس تحلیل خطای نیومن به این نتیجه رسید که حدود ۷۰ درصد خطاها در پسران و حدود ۷۷ درصد در دختران مربوط به مراحل خواندن و درک کردن است.

مجدی و مالمیر (۱۳۹۵) در پژوهشی در پایه چهارم که شامل دو مسئله کلامی بود، به این نتیجه رسیدند که بیشتر خطاها در سطح تبدیل رخ‌داده است. درکی (۱۳۹۲) باهدف بررسی خطاهای دانش‌آموزان پایه پنجم ابتدایی در حل مسائل کلامی ریاضی بر اساس الگوی تحلیل خطاهای نیومن، به این نتجه رسید که بالاترین میانگین خطا در بین دانش‌آموزان، مربوط به خطای درک با ۲۴/۷ درصد ، کم‌ترین خطا با ۳/۵ درصد فراوانی مربوط به خطای تبدیل در بین دانش‌آموزان بوده است.

در زمینه ترکیبیات، رضایی (۱۳۹۴)پژوهشی تحت عنوان نقش استدلال های ترکیبیاتی در آموزش ریاضی دانشگاهی انجام داد که درآن استفاده از استدلال های ترکیبیاتی در آموزش، به عنوان آخرین گام شناخته شده در تفکر ترکیبیاتی، مورد مطالعه قرار گرفته است.

جی ها (۲۰۱۲) در پژوهشی در پایه چهارم به این نتیجه رسید که بیشتر خطاهای دانش آموزان در درک و تبدیل و کمترین خطا در خواندن رخ‌داده است. روهما و ساتیارسو (۲۰۱۷) پژوهشی روی دانش آموزان دبیرستانی انجام داد که در پایان بیش از چهار درصد خطاها مربوط به خواندن بیش از ۱۷ درصد مربوط به درک کردن بیش از ۳۴ درصد مربوط به تبدیل حدود ۲۴ درصد مربوط به پردازش و ۱۹ درصد مربوط به کدگذاری است. سوکاریانتوو همکاران(۲۰۱۶)تحقیقی تحت عنوان

www.SID.ir

Archive of SID

خطاهای دانش آموزان در حل مسائل ترکیبیاتی بر اساس مدل پولیا انجام دادند که نتایج نشان داد که آنها در درک این سوالات مشکل دارند .

## پرسش تحقیق

آیا به‌کارگیری مدل حل مسئله پولیا در کاهش خطا نیومن دانش آموزان در حل مسائل ترکیبیات تأثیر دارد؟

## روش تحقیق

این پژوهش از نظر هدف کاربردی و از نظر اجرا شبه تجربی با دو گروه آزمایش و گواه است.

جامعه آماری تحقیق دانش آموزان سال دهم رشته ریاضی مدارس دولتی پسرانه مناطق مارلیک و سرآسیاب از شهرستان ملارد استان تهران به تعداد ۱۰۰ نفر می باشد.

نمونه به‌صورت در دسترس انتخاب‌شده است. یک کلاس از دبیرستان دهخدا و دیگری از دبیرستان شهید ثمری انتخاب شد. با اعمال و در نظر گرفتن متغیر کنترل، افرادی که در کلاس‌های آمادگی و فوق‌برنامه شرکت می‌کنند و یا در خانه تحت آموزش قرارگرفته‌اند، از دو گروه خارج شدند و درنهایت دو گروه ۲۰ نفری همسان با توجه به نمرات نوبت اول برای آزمایش و گواه باقی انتخاب گردید و سپس دو گروه تحت پیش‌آزمون در موضوع ترکیبیات به روش نیومن قرار گرفتند و همسان بودن دو گروه تایید شد. سپس گروه آزمایش تحت آموزش مدل حل مسئله پولیا به مدت ۴ جلسه یک‌ساعته قرار گرفتند. همچنین فصل موردنظر برای دانش آموزان گروه گواه یک‌بار دیگر به روش سنتی تدریس شد.

## یافته های تحقیق

- تجزیه‌وتحلیل توصیفی داده‌ها

گروه‌ها از جهت پیش‌آزمون و پس‌آزمون با یکدیگر و با گروه دیگر مقایسه شده‌اند.

جدول۱. مقایسه گروه‌های گواه و آزمایش در پیش‌آزمون

| | گروه گواه –مجموع ۹۰ | | | | | گروه آزمایش –مجموع ۹۳ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| نوع خطا | خواندن | درک کردن | تبدیل | پردازش | کد گذاری | خواندن | درک کردن | تبدیل | پردازش | کد گذاری |
| فراوانی | ۰ | ۳۵ | ۲۷ | ۲۳ | ۵ | ۰ | ۳۳ | ۳۰ | ۲۲ | ۸ |
| درصد فراوانی | ۰ | ۳۸ | ۳۱ | ۲۵ | ۶ | ۰ | ۳۵ | ۳۲ | ۲۳ | ۱۰ |

جدول۱ نشان می‌دهد که تعداد کل خطاها در گروه گواه ۹۰ و در گروه آزمایش این تعداد برابر ۹۳ است که نشان‌دهنده همسانی دو گروه است. تعداد خطاهای دو کلاس در هر سطح نسبتاً به یکدیگر نزدیک هستند و اندک تفاوت موجود بین خطاهای دو گروه کاملاً قابل‌قبول است، تعداد خطاهای خواندن در هر دو گروه برابر صفر است که این مسئله با توجه به ماهیت مسائل ترکیبیات کاملاً منطقی به نظر می‌رسد. در گروه گواه میزان خطای درک کردن حدود ۳۸ درصد است درحالی‌که در گروه آزمایش این مقدار حدود ۳۵ درصد است. در گروه گواه میزان خطا در سطح تبدیل ۳۱ درصد است و در گروه آزمایش

www.SID.ir

Archive of SID

این مقدار حدود ۳۲ درصد هست. درمجموع مقدار خطا در سطح درک کردن و تبدیل برای گروه گواه ۶۹ درصد و برای گروه آزمایش حدود ۶۷ درصد است که با توجه به پیشینه ذکرشده از تحلیل خطای نیومن منطقی به نظر می‌رسد. در گروه گواه در سطح پردازش مقدار خطا ۲۵ درصد و در گروه آزمایش آن مقدار به ۲۳ درصد می‌رسد. در گروه گواه خطای کدگذاری حدود ۶ درصد و در گروه آزمایش این مقدار حدود ۱۰ درصد به‌دست‌آمده است.

جدول۲. مقایسه گروه‌های گواه و آزمایش در پس‌آزمون

| | گروه گواه –مجموع ۸۸ | | | | | گروه آزمایش –مجموع ۷۳ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| نوع خطا | خواندن | درک کردن | تبدیل | پردازش | کدگذاری | خواندن | درک کردن | تبدیل | پردازش | کد گذاری |
| فراوانی | ۰ | ۳۲ | ۲۹ | ۲۱ | ۶ | ۰ | ۲۰ | ۱۹ | ۲۵ | ۹ |
| درصد فراوانی | ۰ | ۳۶ | ۳۳ | ۲۴ | ۷ | ۰ | ۲۷ | ۲۶ | ۳۴ | ۱۳ |

جدول۲ نشان می‌دهد که تعداد خطاهای گروه آزمایش در پس‌آزمون ۷۳ هست که نسبت به پیش‌آزمون که این تعداد ۹۳ خطا بود کاهش ۲۰ درصدی داشته است. درحالی‌که برای گروه گواه تعداد کل خطاها از ۹۰ به ۸۸ رسیده است که تغییرات دودرصدی را نشان می‌دهد. در پس‌آزمون هم مانند پیش‌آزمون خطای خواندن رخ نداده است که با توجه به ماهیت سؤالات کاملاً منطقی به نظر می‌رسد. در گروه گواه مانند پیش‌آزمون بیشترین خطا در سطح درک کردن و سپس در تبدیل رخ‌داده است در سطح درک کردن درصد خطا از ۳۸ درصد به ۳۶ درصد رسیده است. در تبدیل درصد خطا ۳۳ درصد شده است و درمجموع این دو سطح درصد خطا تقریباً تغییری نکرده است؛ یعنی باوجود کاهش مقدار از خطای کل، ولی در گروه آزمایش این بار بیشترین خطا در پردازش اتفاق می‌افتد. در گروه گواه مجموعاً حدود ۶۹ درصد خطاها در دو سطح درک و تبدیل رخ‌داده است که تغییر خاصی نسبت به پیش‌آزمون رخ نداده است درحالی‌که در گروه آزمایش مجموع خطاها در دو سطح درک و تبدیل حدود ۵۳ درصد است که کاهش حدود ۱۵ درصدی را نسبت به پیش‌آزمون نشان می‌دهد.

جدول۳. مقایسه پیش‌آزمون و پس‌آزمون گروه آزمایش

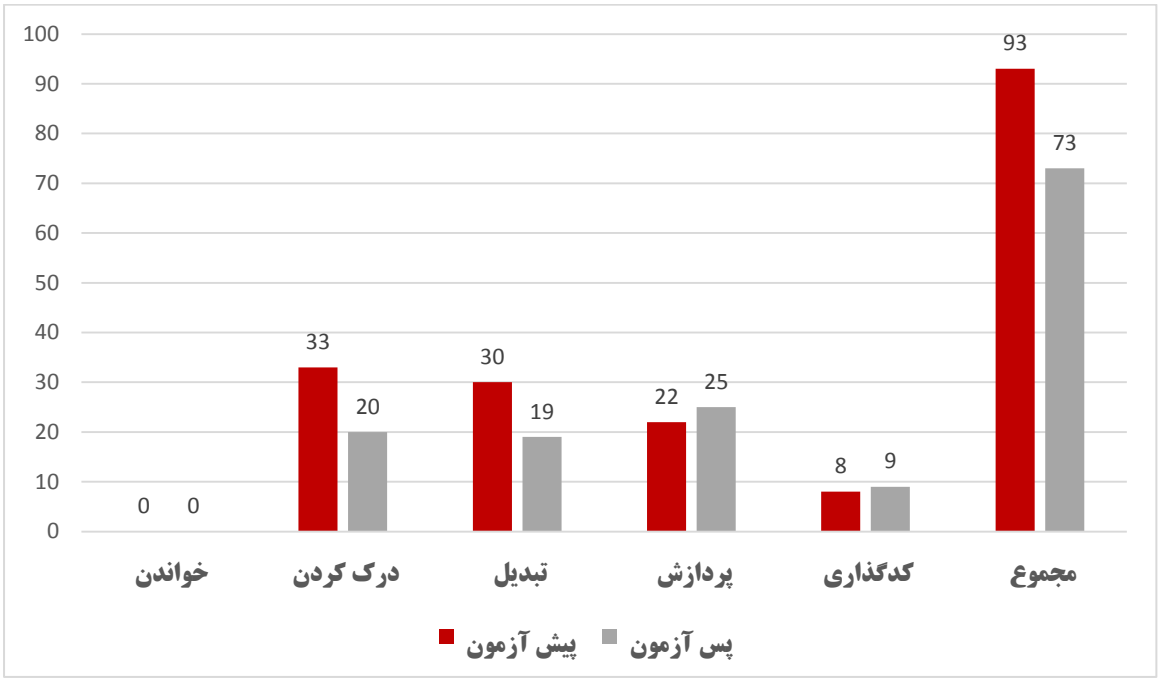
| | پیش‌آزمون گروه آزمایش –مجموع ۹۳ | | | | | پس‌آزمون گروه آزمایش –مجموع ۷۳ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| نوع خطا | خواندن | درک کردن | تبدیل | پردازش | کدگذاری | خواندن | درک کردن | تبدیل | پردازش | کد گذاری |
| فراوانی | ۰ | ۳۳ | ۳۰ | ۲۲ | ۸ | ۰ | ۲۰ | ۱۹ | ۲۵ | ۹ |
| درصد فراوانی | ۰ | ۳۵ | ۳۲ | ۲۳ | ۱۰ | ۰ | ۲۷ | ۲۶ | ۳۴ | ۱۳ |

www.SID.ir

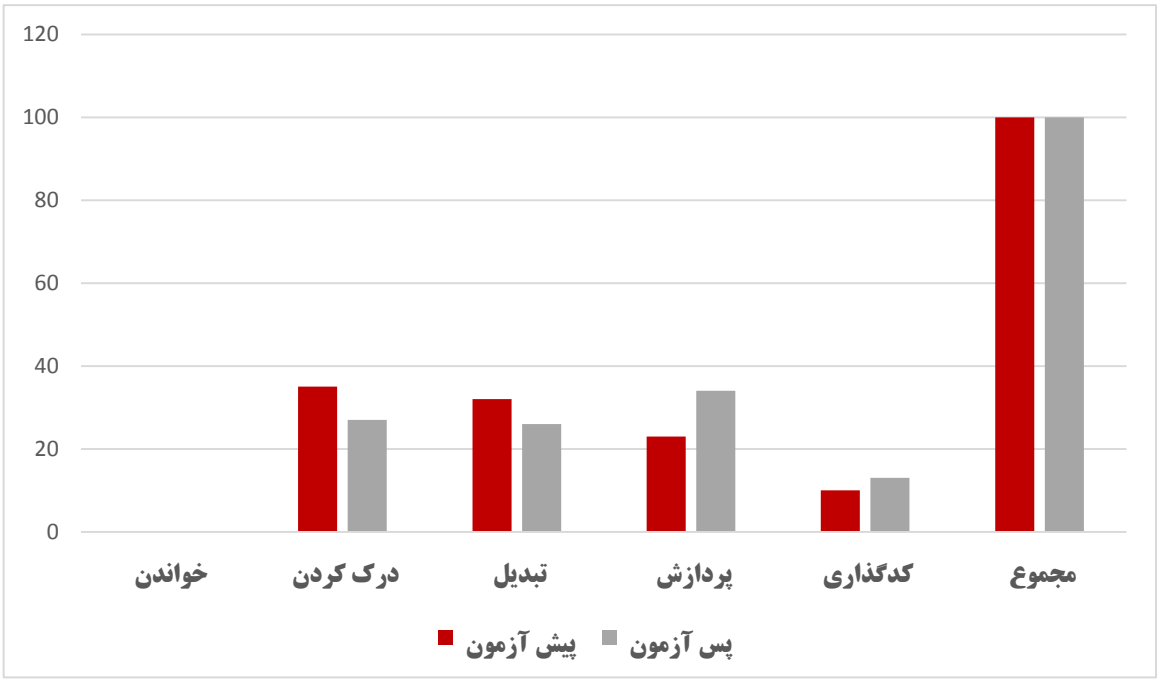
Archive of SID

در جدول۳ نتیجه‌گیری حاصل از داده‌های دو آزمون گروه آزمایش نشان می‌دهد که بعد از به‌کارگیری مدل حل مسئله پولیا، خطاهای دانش آموزان در درک کردن و تبدیل کاهش زیادی یافته است و درصد خطاها بیشتر در سطح پردازش اتفاق افتاده است. درصد خطا درک کردن از ۳۵ درصد به ۲۷ درصد و تبدیل از ۳۲ به ۲۶ درصد کاهش می‌یابد و مجموع این دو خطا از ۶۷ درصد به ۵۳ درصد کاهش یافت. درمجموع به نظر می‌رسد که مقداری به خطای پردازش و کدگذاری اضافه‌شده است که این امر به آن دلیل است که دانش آموزان مراحل اولیه را با موفقیت بیشتری طی کردند و سپس مقداری بیشتری از سؤالات در سطح پردازش یا کدگذاری به خطا برخورد کرده‌اند. این امر با توجه به خصوصیت سلسله‌مراتبی تحلیل خطای نیومن منطقی است.

نمودار۱. نمودارهای مقایسه‌ای تعداد خطاهای گروه آزمایش در پیش آزمون و پس آزمون




نمودار۲. مقایسه درصد خطاهای گروه آزمایش در پیش آزمون و پس آزمون




www.SID.ir

Archive of SID

با توجه به نمودار۱و مقایسه بین داده‌های به‌دست‌آمده نتیجه گرفته می‌شود که درصد خطاها در سطح درک و تبدیل به‌طور قابل‌ملاحظه کاهش‌یافته است. همچنین در حالت کلی نیز تعداد خطاها کاهش داشته است ولی در قسمت پردازش تعداد خطاها مقدار کمی افزایش داشته است. این امر به دلیل آن است که به‌کارگیری مدل حل مسئله پولیا توانسته به دانش امور کمک کند تا مرحله تبدیل موفقیت بیشتری داشته باشد ولی از پردازش به بعد به دلیل نیاز به پایه قوی‌تر ریاضی و ضعف دانش آموزان در این قسمت دانش امور متوقف‌شده‌اند.

با توجه به جدول ۲و۳ درصد خطا درک کردن در پیش‌آزمون گروه آزمایش ۳۵ درصد و در گروه گواه برابر ۳۸ درصد بود بعد از انجام تدریس سنتی در گروه گواه و آموزش مدل پولیا در گروه آزمایش، مقدار این خطا در گروه آزمایش برابر ۲۷ درصد و در گروه گواه این مقدار ۳۶ درصد است.

در جدول ۲و ۳درصد خطای تبدیل در پیش‌آزمون گروه آزمایش ۳۲ درصد و در گروه گواه ۳۱ درصد بود ولی بعد از آموزش، این مقدار در گروه گواه به ۳۳ و در گروه آزمایش به ۲۶ درصد رسید.

این مطلب نشان می‌دهد که تدریس بیشتر برای گروه گواه توانست اندکی در درک کردن مسئله تأثیرگذار باشد ولی درباره گروه آزمایش این تأثیرگذاری در هردو سطح درک کردن و تبدیل بسیار زیاد بوده است.

## تحلیل استنباطی داده‌ها

جدول۴. بررسی همسانی واریانس‌ها برای دو گروه در پیش‌آزمون

| متغیرها | سطح معنی‌داری |
|---|---|
| خطای خواندن | – |
| خطای درک | ۰/۳ |
| خطای تبدیل | ۰/۷۱۳ |
| خطای پردازش | ۰/۳۹۳ |
| خطای کدگذاری | ۰/۰۸۸ |
| مجموع خطاها | ۰/۴۰۹ |

در جدول ۴ همسانی واریانس‌ها برای مراحلی که سطح معناداری بزرگ‌تر از ۰/۰۵ دارند تائید می‌شود. در مورد خطای خواندن چون همه داده‌ها مقدار ثابت صفر است با اطمینان همسانی برقرار است ولی نرم‌افزار جواب نمی‌دهد.

جدو ل۵. بررسی معناداری کاهش خطا در پس‌آزمون گروه آزمایش نسبت به گروه گواه بر اساس آزمون یو

| نوع خطا | سطح معنی‌داری |
|---|---|
| خواندن | ۱/۰۰۰ |
| درک کردن | ۰/۰۰۲ |
| تبدیل (انتقال) | ۰/۰۳۱ |
| مهارت‌های پردازشی | ۰/۲۱۷ |
| کدگذاری (نوشتاری) | ۰/۶۰۳ |
| مجموع خطای همه مراحل نیومن | ۰/۰۰۳ |

www.SID.ir

Archive of SID

در جدول ۵ باید اعداد را بر ۲ تقسیم کنید سپس هرکدام کمتر از ۰/۰۵ شد یعنی کاهش خطا در آن مرحله معنادار است بنابراین فقط کاهش خطای مراحل درک و تبدیل معنادار است.

## پاسخ به سؤال تحقیق

آیا به‌کارگیری مدل حل مسئله پولیادرکاهش خطا نیومن دانش آموزان در حل مسائل ترکیبیات تأثیر دارد؟

با توجه به یافته ها، می‌توان نتیجه گرفت که خطای خواندن در هر دو آزمون صفر بوده که با توجه به اینکه ماهیت این سؤالات به‌گونه‌ای است که کمتر موارد ریاضی در آن به چشم می‌خورد و بیشتر به زبان فارسی مربوط است منطقی به نظر می‌رسد.

خطای درک و تبدیل با توجه به تمرکز دانش آموزان روی مراحل فهمیدن و طراحی نقشه کاهش قابل‌ملاحظه داشته است. خطای درک کردن در پیش‌آزمون ۳۳ خطا از بین ۹۳ خطا معادل ۳۵ درصد بود ولی در پس‌آزمون این تعداد به ۲۰ از ۷۳ رسید که معادل ۲۷ درصد بود که نشان‌دهنده کاهش قابل‌ملاحظه هست.

در سطح تبدیل تعداد خطا در پیش‌آزمون برابر ۳۰ از ۹۳ معادل ۳۲ درصد بود درحالی‌که در پس‌آزمون این تعداد ۱۹ خطا از بین ۷۳ خطا معادل ۲۶ درصد بود که نشان‌دهنده کاهش قابل‌ملاحظه خطاهای این مرحله در پس‌آزمون بود که بنابراین می‌توان نتیجه گرفت به‌کارگیری مدل حل مسئله پولیا تأثیر بسیار زیادی روی کاهش خطای نیومن در مراحل درک و تبدیل داشته است.

به‌عبارت‌دیگر در پیش‌آزمون ۳۳ درصد خطا در این دو مرحله اتفاق می‌افتاد ولی در پس‌آزمون این مقدار به ۴۷ درصد رسید و این نشان می‌دهد که ضمن اینکه تعداد کل خطا در پس‌آزمون کاهش‌یافته، درصد بیشتری از سؤالات به مراحل پایانی رسیده‌اند.

نتایج پیش‌آزمون نشان داد که حدود ۷۰ درصد خطاها در دو مرحله درک کردن و تبدیل انجام شده است که مطابق با نتایج تحقیقات نیومن ازجمله احد پور (ذکرشده در پیشینه )می باشد. همچنین این مقدار خطا با تحقیق ماریانس و کلمنتس(۱۹۹۰)(ذکر شده در پیشینه)مطابقت دارد .

www.SID.ir

Archive of SID

**منابع**


۱) احدپور، اسرافیل (۱۳۹۶) تحلیل خطای دانش آموزان دختر و پسر پایه هشتم در حل مسائل کلامی معادلات خطی بر اساس الگوی نیومن، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه فرهنگیان، واحد تربیت‌معلم شهید بهشتی تهران.

۲) اسدنژادپروج، سمیه و یافتیان، نرگس (۱۳۹۵). ارزیابی خطاهای دانش آموزان در حل مسائل کلامی بر اساس تحلیل نیومنی. چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، شیراز،

۳) پولیا، جرج (۱۹۴۵) چگونه مسئله را حل کنیم. ترجمه احمد آرام. انتشارات کیهان ۱۳۶۶

۴) راستی زاده، عنایت الله (۱۳۹۲) بررسی تأثیر آموزش حل مسائل کلامی ریاضی بر کاهش خطای دانش آموزان پسر سال اول دبیرستان شهر شیراز بر اساس مدل نیومن. پایان‌نامه منتشرنشده کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران.

۵) رضایی، مانی.۱۳۹۴. نقش استدلال‌های ترکیبیات در آموزش ریاضی دانشگاهی.

۶) سلطانی دزکی، سمیه. (۱۳۹۲) بررسی خطاهای دانش آموزان دختر پایه پنجم ابتدایی در حل مسائل کلامی ریاضی بر اساس الگوی تحلیل خطاهای نیومن. پایان‌نامه منتشرنشده کارشناسی ارشد، دانشگاه پیام نور اصفهان، دانشکده علوم انسانی، گروه علوم تربیتی.

۷) سیف، علی‌اکبر (۱۳۸۷) روانشناسی پرورشی نوین، روانشناسی یادگیری و آموزش. تهران. نشر دوران.

۸) صابری، مجتبی. (۱۳۹۶). تحلیل خطاهای دانش‌آموزان چهارم تجربی در حل مسائل کلامی کاربرد مشتق بر اساس مدل نیومن در شهرستان سمیرم. پایان‌نامه کارشناسی ارشد. مرکز آموزش عالی شهید بهشتی

۹) کلمنتش ؛ الرتون، (۱۹۹۶) پژوهش در آموزش ریاضی: گذشته، حال و آینده. ترجمه امیرحسین آشنا، (۱۳۹۳).انتشارات اندیشه آفرینش

۱۰) مجدی، زهرا. مالمیر، سمانه و آشنا امیرحسین (۱۳۹۵) تحلیل خطای حل مسائل کلامی دانش آموزان کلاس چهارم ابتدایی. چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، شیراز،

۱۱) شریعتمداری، علی، نراقی مریم، قنبری، نسرین (۱۳۹۰)، بررسی نقش بازی‌های آموزشی بر یادگیری مفاهیم آموزش و مقایسه اعداد ریاضی دانش آموزان دختر پایه اول ابتدایی شهرری، علوم رفتاری، دوره۳ ، شماره۹ .

۱۲) همتی نسب، مریم. (۱۳۹۲). شناخت بدفهمی‌های رایج حدو پیوستگی وتاثیر آموزش رفع این بدفهمی‌ها در بهبود عملکرد این مفاهیم در دانش آموزان، پایان‌نامه کارشناسی ارشد دانشکده ریاضی و مهندسی کامپیوتر، دانشگاه شهید چمران اهواز.

۱۳) یورگنسن، دال،۲۰۱۱، آموزش ریاضی در دبستان ترجمه آشنا، امیرحسین. چاپ ۱۳۹۵. انتشارات بینش نو .

١٤)Jinfa Cai(٢٠٠٦).Looking Back in Problem Solving

١٥)Leslie White, Allan. Numeracy, (٢٠١٠) Literacy and Newman's Error Analysis. Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia

١٦)Felix Lazebnik. (٢٠٠٦) Combinatorics and Graph Theory I (Math ٦٨٨). Problems and Solutions.

١٧)Stephan Wagner. . Version: July ٢٠١١Combinatorics

١٨)Richard P. Stanley. . (version of ١٥ July ٢٠١١) Enumerative Combinatorics. second edition

١٩)Sukoriyanto١, Toto Nusantara١, Subanji١ & Tjang Daniel Chandra١(٢٠١٦) Students' Errors in Solving the Permutation and Combination Problems


www.SID.ir

Archive of SID

Based on Problem Solving Steps of Polya... Department of Mathematics, FMIPA, Universitas Negeri Malang, Indonesia

۲۱ JankaMelusova (۲۰۱۵)) Strategies for Solving Combinatorial Problems

۲۰)Gagne, m.R. (۱۹۸۵).The conditions of learning and theory of instruction.

۲۱)Jha, S. K. (۲۰۱۲). « Mathematics Performance of Primary School Students hn Assam (India) An Analysis Using Newman Procedure». International Journal of Computer Applications in Engineering Sciences

۲۲)Lester, F. K. (۱۹۹٤). Musings about mathematical problem solving research: ۱۹۷۰-۱۹۹٤. *Journal for Research in Mathematics Education*

۲۳)Rohmah, Mushlihah & Sutiarso, Sugeng. (۲۰۱۷). Analysis Problem Solving in Mathematical Using Theory Newman, Lampung University (Peoples' Friendship University of Lampung), Lampung, INDONESIA

www.SID.ir