



Paper Type: Original Article

Modeling the Combined Problem of Determining the Lot Sizing and Cutting Stock of Raw Materials and Solving It Using a Combined Method Based on a Genetic Algorithm and an Exact Solution Method

Ali Mohaghar^{1,*} , Ghasem Mokhtari², Mohammad Hasan Maleki³, Seyed Jamaledin Hosseini⁴

¹ Department of Operations Management and Decision Sciences, Faculty of Industrial and Technology Management, University of Tehran, Tehran, Iran; amohaghar@ut.ac.ir.

² Department of Industrial Engineering, Faculty of Technology and Engineering, University of Qom, Qom, Iran; mokhtariy@yahoo.com.

³ Department of Management, Faculty of Economic and Administrative Sciences, University of Qom, Qom, Iran; bozorgmehr.maleki1363@gmail.com.

⁴ Department of Industrial Management, Alborz Campus, University of Tehran, Tehran, Iran; sirjamal@gmail.com.

Citation:

Received: 29 January 2024

Revised: 15 March 2024

Accepted: 07 May 2024

Mohaghar, A., Mokhtari, Gh., Maleki, M. H., & Hosseini, S. J. (2025). Modeling the combined problem of determining the lot sizing and cutting stock of raw materials and solving it using a combined method based on a genetic algorithm and an exact solution method. *Journal of decisions and operations research*, 10(1), 1-19.

Abstract


Purpose: The problem of determining the lot sizing and cutting stock raw materials are two important issues in the production industry, which are used in the production process of many industries, including furniture, paper, aluminum, metal industries, etc. this research aims to determine the accumulated size in a multi-level and multi-period way and to cut the raw materials in a one-dimensional way.


Methodology: In this research, an integrated mathematical model has been introduced to determine the size of stockpiling and cutting of raw materials with the cost of delay in delivery of orders, overtime, and purchase of raw materials with the aim of minimizing production costs. Due to the NP-hard of the problem and the inefficiency of exact methods in large dimensions, a combined method based on a genetic algorithm and a precise solution with GAMS software is presented. In the proposed method, the desired problem is divided into two parts, in which a genetic algorithm determines the cutting patterns of raw materials, and then the problem is solved using GAMS software. In order to check the performance of the proposed method, several sample problems have been introduced and solved with the proposed solution method, and the results have been compared with problem-solving using the genetic algorithm.

Findings: The results of the problem indicate the effectiveness of the proposed solution method. The deviation of the proposed solution method from the exact solution is equal to 1.5%, and the improvement rate of the proposed method in large dimensions compared to the genetic algorithm, which the exact method is not able to solve, is equal to 16.8%. With an increase of 1 percent in purchase costs, the amount of rise in problem costs and maintenance costs is on average 0.6% and 0.43%, and with an increase of 1% in purchase cost, problem and maintenance costs are on average 0.73% and 0.23% increase.

Originality/Value: Determining the lot size is used to determine the amount of production of a set of parts and products, and cutting of raw materials is used to determine the cutting pattern of raw materials and the number of uses of each cutting pattern.

Keywords: Determination of accumulated size, One-dimensional cutting of raw materials, Lateness penalty, Overtime cost, Genetic algorithm.

 Corresponding Author: amohaghar@ut.ac.ir

 <https://doi.org/10.22105/dmor.2024.440547.1819>



Licensee System Analytics. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>).



مدل‌سازی مساله ترکیبی تعیین اندازه انباشته و برش مواد خام و حل آن با استفاده از یک

روش ترکیبی مبتنی بر الگوریتم ژنتیک و یک روش حل دقیق

علی محقر^۱، قاسم مختاری^۲، محمدحسن ملکی^۳، سید جمال‌الدین حسینی^۴

^۱ گروه مدیریت عملیات و علوم تصمیم، دانشکده مدیریت صنعتی و فناوری، دانشگاه تهران، تهران، ایران.

^۲ گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه قم، قم، ایران.

^۳ گروه مدیریت، دانشکده علوم اقتصادی و اداری، دانشگاه قم، قم، ایران.

^۴ گروه مدیریت صنعتی، پردیس البرز، دانشگاه تهران، تهران، ایران.

چکیده

هدف: تعیین اندازه انباشته برای تعیین میزان تولید مجموعه‌ای از قطعات و محصولات تولیدی و برش مواد خام برای تعیین الگوی برش مواد خام و تعداد استفاده از هر الگو برش استفاده می‌شود.

روش‌شناسی پژوهش: در این پژوهش یک مدل ریاضی یکپارچه برای تعیین اندازه انباشته و برش مواد خام با هزینه تاخیر در تحویل سفارشات، اضافه‌کاری و خرید مواد اولیه با هدف کمینه‌سازی هزینه‌های تولید معرفی شده است. در مدل پیشنهادی تعیین اندازه انباشته به صورت چند سطحی و چند دوره‌ای و برش مواد خام به صورت یک بعدی در نظر گرفته شده است. با توجه به NP -hard بودن مساله و عدم کارایی روش‌های دقیق در ابعاد بزرگ، یک روش ترکیبی مبتنی بر الگوریتم ژنتیک و حل دقیق با نرم‌افزار گمز ارایه شده است. در روش پیشنهادی، مساله مورد نظر به دو قسمت تجزیه شده که در آن الگوهای برش مواد خام با الگوریتم ژنتیک مشخص می‌شود، سپس مساله با استفاده از نرم‌افزار گمز حل می‌شود. جهت بررسی عملکرد روش پیشنهادی چندین مساله نمونه معرفی و با روش حل پیشنهادی، حل شده است و نتایج آن با حل مساله با الگوریتم ژنتیک مقایسه شده است.

یافته‌ها: نتایج مساله حاکی از کارایی روش حل پیشنهادی است. میزان انحراف روش حل پیشنهادی از جواب دقیق برابر با ۱/۵٪ است و میزان بهبود روش پیشنهادی در ابعاد بزرگ نسبت به الگوریتم ژنتیک که روش دقیق قادر به حل آن نیست، برابر با ۱۶/۸٪ است. با افزایش ۱٪ در هزینه‌های خرید میزان افزایش هزینه‌های مساله و هزینه‌های نگهداری به صورت میانگین ۰/۶٪ و ۰/۴۳٪ و با افزایش ۱٪ در هزینه خرید، هزینه‌های مساله و نگهداری به صورت میانگین ۰/۷۳٪ و ۰/۲۳٪ افزایش می‌یابد.

اصالت/ارزش افزوده علمی: مساله تعیین اندازه انباشته و مساله برش مواد خام دو موضوع مهم در صنعت تولید هستند که در فرآیند تولید بسیاری از صنایع از جمله صنعت مبلمان، کاغذ، آلومینیوم، صنایع فلزی و ... کاربرد دارند.

کلیدواژه‌ها: تعیین اندازه انباشته، برش یک‌بعدی مواد خام، جریمه دیرکرد، هزینه اضافه‌کاری، الگوریتم ژنتیک.

۱- مقدمه

در صنایع فلزی تولیدی که از موادی مانند تیرآهن، میلگرد، نبشی، قوطی، ناودانی و یا نظایر آن جهت تولید محصولات مختلف (دکل‌های مخابراتی یا دکل‌های انتقال برق فشار متوسط و فشارقوی) استفاده می‌شود، با توجه به ساختار محصول و برنامه تولید، می‌بایست مواد خام را از تامین‌کنندگان مختلف خریداری کرده و پس از تهیه الگوی برش، تعداد مختلف با طول‌های متفاوتی از مقاطع فولادی یادشده را برش داده و در ایستگاه‌های کاری

بعدی آن‌ها را از طریق جوش کاری یا پرچ و پیچ به هم متصل کنند. در بعضی موارد نیز قطعاتی خریدنی دیگری به محصولات اضافه می‌شود [1]. این فعالیت در تولید پل‌های فلزی، لوله‌کشی مجتمع‌های عظیم پتروشیمی یا صنایع غیرفلزی مانند تولید مبلمان، برش کاغذ در مقاطع مختلف و ... نیز کاربرد دارد.

این نوع مسایل به مساله برش مواد خام معروف هستند. مساله برش تک‌بعدی مواد خام با سایزهای غیریکسان توسط دیکلی و همکاران [2] و کوی [3] بررسی شده است. این مساله می‌تواند به صورت دوبعدی (صفحات) و یا سه‌بعدی بررسی شود [4]. علاوه بر برش مواد خام، خرید این محصولات نیز یک چالش اساسی برای دنیای صنعت است. این حالت به مساله تعیین اندازه انباشته معروف است. مساله تعیین اندازه انباشته برای اولین بار توسط هندی [5] معرفی و بررسی شده است. این مساله به دو قسمت مسایل تک سطحی (تقاضای هر مورد مستقل از تقاضای سایر قطعات است) و مسایل چند سطحی (ساختار محصول دارای پیچیدگی، روابط والد و فرزند بین اجزا و یا وجود تقاضای وابسته به سایر قطعات است) تقسیم می‌شود. مسایل در هر دو دسته می‌توانند با منابع محدود و یا بدون محدودیت ظرفیت باشند که در نهایت به ۴ طبقه‌بندی منتهی می‌شود.

۱. تک سطحی بدون محدودیت ظرفیت (SLUP) [6].

۲. تک سطحی دارای محدودیت ظرفیت (SLCP) [7].

۳. چند سطحی بدون محدودیت ظرفیت (MLUP) [7-9].

۴. چند سطحی دارای محدودیت ظرفیت (MLCP) [10], [11].

همواره یکپارچگی در حل مسایل به نتایج کاراتر و دقیق‌تری منتهی می‌شود [12]. معمولاً تعیین اندازه انباشته و تعیین برش مواد خام به ۲ دسته تقسیم می‌شود [13]: ۱- افق برنامه‌ریزی به چند دوره زمانی تقسیم شده و یکپارچگی در میان این دوره‌ها لحاظ شود. در این حالت موجودی از یک دوره به دوره بعدی منتقل می‌شود و ۲- یکپارچگی بین سطوح تولید بررسی می‌شود و ابعاد سطوح تولید می‌تواند تک سطحی و یا چند سطحی باشد. در این حالت بین دره‌های مختلف، تفاوت وجود دارد.

برش کاری در مساله برش مواد خام به دو قسمت تعیین الگوی برش و انجام عملیات برش یک‌بعدی یا دوبعدی روی چندین نوع ماده خام اولیه با سایزهای مختلف، مطابق با طرح برش تقسیم می‌شود [14]. برای مسایل در این حالت ابتدا مواد خام مورد نیاز و قطعات پیش‌ساخته تامین می‌شود و بعد از آن برشکاری در دو حالت تعیین طرح برش و تعیین تعداد دفعات برش انجام می‌شود و تصمیم لازم درخصوص اندازه انباشته قطعات بریده شده و محصولات نهایی با لحاظ کردن محدودیت ظرفیت تولید و ظرفیت برش اتخاذ می‌شود. هدف همه‌ی تصمیم‌ها کاهش هزینه کل و ضایعات برش به‌طورکلی است [15].

در ادامه برای ساخت محصول نهایی قطعات دیگری که برای مونتاژ مورد احتیاج است، تهیه شده و در ادامه سایر عملیات‌های تولید مانند جوش و ضدزنگ و رنگ‌آمیزی جهت جلوگیری از خوردگی انجام شده و مونتاژ مطابق با ساختار محصول ادامه می‌یابد و پس از اتمام تولید محصول در محل مورد نظر نصب و تحویل مشتری می‌گردد. تحویل هر سفارش یک پروژه در نظر گرفته می‌شود و برای شرکت درآمد ایجاد می‌کند. هر پروژه می‌بایست طبق قرارداد با مشتری و در زمان تحویل خود، به اتمام برسد؛ نه دیرتر به خاطر جریمه تاخیر و نه زودتر به خاطر هزینه‌های انبارداری و آسیب احتمالی نگهداری و یا آماده‌نکردن سایر زیرساخت‌های مرتبط. هرچند در مواردی هم مشتری از تحویل زودتر محصول استقبال می‌کند.

در این تحقیق یک مساله یکپارچه تعیین اندازه انباشته و برش مواد خام با هزینه تاخیر در تحویل سفارش‌ها، اضافه‌کاری و خرید مواد اولیه با هدف کمینه‌سازی هزینه‌های تولید معرفی شده است. در مدل پیشنهادی ساختار محصولات، تقاضای مشتری، تعداد آیت‌م برش خورده در هر محصول، ظرفیت ایستگاه‌های کاری هر مرحله، میزان سفارش مواد خام (نظیر میلگرد، نبشی، قوطی و ...)، مقاطع مختلف مواد خام در دوره‌های مختلف مورد برنامه‌ریزی، میزان سفارش قطعات افزودنی در هر دوره برنامه‌ریزی، تعیین طرح برش مواد، موجودی مواد در پایان هر دوره زمانی و میزان شیفت کاری فوق‌العاده مورد نیاز به صورت بهینه مشخص می‌شوند.

قابل ذکر است ساخت محصول در قواعد برنامه‌ریزی تولید انجام می‌شود و هر سفارش برنامه تولید خاص خودش را دارد. تعداد هر قطعه برش خورده مورد نیاز در هر محصول مشخص شده است. هدف مدل پیشنهادی کمینه کردن هزینه (هزینه عبارت است از هزینه مواد خام اولیه، هزینه قطعات افزودنی خریداری شده به محصول نیمه ساخته شده حین تولید، هزینه نگهداری مواد خام، قطعات، محصولات نیمه ساخته شده، محصولات نهایی، هزینه شیف‌کاری فوق‌العاده و دیگرکرد تحویل محصول) است. عملکرد مدل پیشنهادی به این صورت است که با در نظر گرفتن یکپارچگی برش مواد خام، تعیین اندازه انباشته در افق زمانی چند دوره‌ای، ساختار محصولات، مقاطع مختلف مواد خام متفاوت با طول‌های مختلف، تقاضای مشتریان، به حل مساله برش یک‌بعدی قطعات پرداخته و طرح برش بهینه و برنامه‌ریزی تولید بهینه را ارائه دهد.

با توجه به NP -hard بودن مساله و عدم کارایی روش‌های دقیق در ابعاد بزرگ، یک روش ترکیبی مبتنی بر الگوریتم ژنتیک و حل دقیق با نرم‌افزار گمز ارائه شده است. در روش پیشنهادی، مساله مورد نظر به دو قسمت تجزیه شده که در آن الگوهای برش مواد خام با الگوریتم ژنتیک مشخص می‌شود سپس مساله با استفاده از نرم‌افزار گمز حل می‌شود. جهت بررسی کارایی الگوریتم پیشنهادی، مساله مورد نظر فقط با الگوریتم ژنتیک نیز حل شده است. جهت بررسی عملکرد روش پیشنهادی چندین مساله نمونه مختلف معرفی و با روش حل پیشنهادی حل شده است و نتایج آن با حل مساله با الگوریتم ژنتیک مقایسه شده است.

ادامه مقاله به شرح زیر است؛ در بخش دوم، ادبیات پیشین تحقیق بررسی و جایگاه تحقیق شفاف شده است. در بخش سوم، مدل ریاضی مساله ارائه شده است. در بخش چهارم، جزئیات روش حل مساله بیان شده است. در بخش پنجم، نیز نتایج حل ارائه شده است. در بخش ششم، تحلیل حساسیت بیان شده است و در بخش هفتم، نتیجه‌گیری و در قسمت هشتم نیز منابع بیان شده است.

۲- ادبیات تحقیق

مرور ادبیات شامل ۳ قسمت مختلف یکپارچگی، مساله تعیین اندازه انباشته و برش مواد خام می‌شود. این یکپارچگی، بین مساله تعیین اندازه انباشته و مراحل مختلف برش مواد خام است.

مقالات زیادی موضوعات تعیین اندازه انباشته و برش مواد خام تعیین را به صورت جداگانه بررسی کرده‌اند [16-18]. دو جنبه اصلی دسته‌بندی و تحلیل عبارت‌اند از یکپارچگی بین سطوح تولید، به صورتی که وقتی یک سطح در نظر گرفته شده است (۱، ۲ یا ۳) یعنی حداقل یک متغیر تصمیم مرتبط با آن سطح وجود دارد. جنبه دوم طبقه‌بندی یکپارچگی در میان دوره‌های زمانی چندگانه که ناشی از امکان نگهداری اقلام به‌عنوان موجودی است؛ یعنی یک متغیر موجودی دوره‌های زمانی را به هم ارتباط می‌دهد. با توجه به این دو جنبه یک نماد چهار قسمتی به صورت $*/**/*$ عنوان شده است که بخش اول و دوم و سوم از سمت چپ می‌تواند به ترتیب $L1$ ، $L2$ و $L3$ باشد به این معنی که یک متغیر تصمیم در سطح مربوطه در نظر گرفته شده است.

وقتی که یک سطح خاص در نظر گرفته نشده باشد، آن قسمت خالی خواهد بود (“-”). قسمت چهارم با حروف S یا M پر می‌شود و به دسته‌بندی مساله برش مواد خام به‌عنوان تک دوره‌ای (“ S ”) یا چند دوره‌ای (“ M ”) می‌پردازد که این باعث دسته‌بندی مقالات به ۴ دسته از لحاظ در نظر گرفتن یا نگرفتن یکپارچگی در میان دوره‌های زمانی و سطوح تولید می‌شود. از آنجایی که برای در نظر گرفتن یک مساله یکپارچه برش مواد خام و تعیین اندازه انباشته لازم است که دو جنبه یکپارچگی در نظر گرفته شود (یکپارچگی بین حداقل ۲ سطح تولید و یکپارچگی در میان دوره‌های زمانی) از این رو مقالاتی در نظر گرفته شده‌اند که به ۳ دسته تقسیم‌بندی می‌شوند: ۱- $L1/L2/-/M$ ، ۲- $L2/L3/M$ و ۳- $L1/L2/L3/M$.

۱-۲- یکپارچگی میان چند دوره زمانی و هر سه سطح تولید ($L1/L2/L3/M$)

تعداد مقالات کمی به این درجه از یکپارچگی پرداخته‌اند [19]. در سطح ۱ این مدل، مساله تعیین اندازه انباشته به بررسی موجودی مواد خام و تحویل آن‌ها به فرآیند برش می‌پردازد. مقدار اقلامی که باید به فرآیند برش تحویل داده شود، نمی‌تواند کمتر از آنچه در فرآیند برش مورد نیاز است، باشد. سطح ۲ از یک مساله برش چند دوره‌ای با محدودیت ظرفیت تعداد کل مواد برش خورده تشکیل شده است. در سطح ۳ این اطمینان باید

وجود داشته باشد که تقاضا برای هر محصول نهایی در هر دوره به طور مستقیم از تولید در همان دوره برآورده می‌شود. در مدل پیشنهادی او در فرآیند برش امکان استفاده از قطعات دورریز امکان‌پذیر است.

۲-۲- یکپارچگی میان چند دوره زمانی و سطوح ۱ و ۲ تولید (L2/L3/M)-

وی گاس و همکاران [20]، یک مدل $L1/L2/-M$ را ارائه داده‌اند که برش ۳ بعدی (طول، عرض، ارتفاع) را در مساله خود به‌کار برده است. مدل تعریف شده یک مساله برش چند دوره‌ای است و متغیرهای تصمیم مربوط به هر دو موجودی و برش قطعات در سطوح یک و دو وجود دارد. یک فرض موجود در این مساله این است که باقیمانده‌های قابل استفاده از عملیات برش در یک روز، می‌تواند به‌عنوان موجودی جدید در دوره‌های بعدی مورد استفاده قرار گیرند.

۳-۲- یکپارچگی میان چند دوره زمانی و سطوح ۲ و ۳ تولید (L2/L3/M)-

این نوع یکپارچگی که بیشتر مورد توجه این تحقیق است، یکپارچگی بین سطح ۲ یعنی برش مواد خام و سطح ۳ تولید محصول نهایی را در نظر می‌گیرد و تحقیقات ارائه شده در این زمینه بیشتر در سطح ۳ با یکدیگر متفاوت هستند. سلیمان [21] و ونزلا و همکاران [22] برنامه‌ریزی تولید محصولات نهایی را فقط با در نظر گرفتن محدودیت تعادل تقاضا برای محصولات نهایی مدل می‌کنند، در حالی که وو و همکاران [23] علاوه بر محدودیت ظرفیت در سطح ۳ یک مساله تعیین اندازه انباشته دارای محدودیت زمان و هزینه راه‌اندازی را نیز در نظر گرفته‌اند.

سلیمان [21] مساله ادغام تعیین اندازه انباشته و برش مواد خام را به‌وسیله یک رویکرد حل الگوریتمی در یک کارخانه ساخت آلومینیوم به‌کار برده است. در مساله پیشنهادی آن‌ها، چگونگی ایجاد الگوهای برش قطعات و تعیین اندازه انباشته برای محصولات نهایی با هدف به حداقل رساندن هزینه کل در طول افق برنامه‌ریزی بررسی شده است.

هزینه کل شامل هزینه تولید (هزینه مواد، فرآیند و راه‌اندازی)، هزینه نگهداری موجودی و هزینه تاخیر تحویل سفارش است. محدودیت ظرفیت در این مدل در سطح ۲ قرار دارد و مربوط به تعداد کل برش‌ها است. آن‌ها یک الگوریتم فرا ابتکاری برای حل مساله پیشنهاد کردند. وو و همکاران [23] مساله برش تک‌بعدی روی یک نوع قلم ماده اولیه را بدون مجاز بودن تاخیر و عدم وابستگی زمان و هزینه راه‌اندازی با هدف کمینه کردن هزینه کل بدون نقض کردن محدودیت ظرفیت زمان کل بررسی کردند.

هزینه کل شامل هزینه راه‌اندازی، نگهداری موجودی، هزینه برش و هزینه مواد خام است. ونزلا و همکاران [22] یکپارچگی مسایل تعیین اندازه انباشته و برش مواد خام را در صنعت مبلمان در نظر گرفته‌اند. مدل ارائه شده از نوع $L2/L3/M$ - است که هدف آن به‌دست آوردن وابستگی بین تصمیمات تعیین اندازه انباشته و فرآیند برش به‌منظور کاهش ضایعات مواد اولیه و هزینه‌های موجودی و تولید است. تصمیمات تعیین اندازه انباشته، تعداد مبلمان مورد نیاز را در هر دوره از افق برنامه‌ریزی تعیین می‌کند و تصمیمات برش بهترین الگوی برش را برای برش اقلام به‌منظور تولید محصولات نهایی تعیین می‌کند.

عملیات برش در این تحقیق دوبعدی است و انواع مختلف اقلام از نظر تفاوت در ضخامت صفحات وجود دارند. دستگاه برش اجازه می‌دهد که برش‌های هم‌زمان روی صفحات مختلف صورت گیرد. به‌عبارت دیگر صفحات را می‌توان روی دستگاه برش انباشته کرد تا بتوانند به‌طور هم‌زمان مطابق با یک الگوی برش، برش داده شوند. هدف مدل پیشنهادی آن‌ها کمینه کردن مجموع هزینه‌های تولید و هزینه‌های موجودی محصولات نهایی و موجودی قطعات و همچنین هزینه‌های مواد اولیه است. در ادامه تعدادی از تحقیقات انجام شده در زمینه تحقیق به‌صورت زیر است.

گرامنی و همکاران [24] یک فرآیند تولید در صنعت مبلمان در نظر گرفته‌اند که فعالیت اصلی آن تولید انواع مختلف محصولات نهایی از طریق مونتاژ قطعات برش‌خورده حاصل از برش دوبعدی ورق‌های چوبی به طول L و عرض W است. بر اساس تقاضای مشخص محصولات نهایی، در هر دوره یک مساله تعیین اندازه انباشته برای تعیین مقدار تولید هر محصول نهایی حل می‌شود. هدف مساله کمینه کردن هزینه تولید، برش، نگهداری محصول نهایی و هزینه‌های راه‌اندازی است. گرامنی و همکاران [25] یک مساله تعیین اندازه انباشته چند سطحی با مساله برش در سطح ۱ را بررسی

کردند. در مساله پیشنهادی آن‌ها یک برش قائم گیوتینی که دو عدد قطعه مستطیل شکل جدید تولید می‌کند و در مرحله بعد هر یک از این مستطیل‌ها به‌طور پیوسته توسط برش گیوتینی بریده می‌شوند تا قطعات موردنیاز تولید شوند و در مونتاژ محصولات نهایی به‌کار گرفته شوند.

آلم و مورابیتو [26] از ابزارهای بهینه‌سازی استوار برای حل یکپارچگی در صنعت مبلمان استفاده کردند. در مساله آن‌ها هزینه‌های تولید و تقاضا محصولات پارامترهای غیرقطعی هستند. هدف آن‌ها کمینه کردن هزینه‌های تولید، نگهداری محصولات نهایی، راه‌اندازی، عقب‌افتادگی از تقاضا محصولات، از دست رفتن مواد اولیه در هر بار برش و هزینه اضافه‌کاری در هر دوره است. آلم و مورابیتو [27] یک مدل ریاضی قطعی با در نظر گرفتن فرآیندهای تولید واقعی در یک کارخانه مبلمان کوچک در برزیل با برنامه‌ریزی تصادفی دومرحله‌ای مختلف برای مقابله با مسایل ریسک‌پذیر و بدون ریسک پیشنهاد شده کردند.

دو ناسکیمنتو و همکاران [17] یک مساله برش یک‌بعدی با یکپارچگی در سطح سفارش خرید مواد اولیه و مرحله برش‌کاری را مدنظر قرار می‌دهند. در مفروضات مساله مواد خام در انواع و مقاطع مختلف با طول‌های متفاوت جهت برش یک‌بعدی وجود دارد. ورودی مساله میزان مواد خام و تقاضای مشتریان برای محصول نهایی است. مقادیر باقیمانده از مواد خام برش‌خورده در هر دوره به‌عنوان مواد خام دوره‌های بعد در نظر گرفته می‌شود. هزینه‌های در نظر گرفته‌شده عبارت‌اند از هزینه تولید، نگهداری قطعات برش‌خورده، مواد اولیه. روش آزادسازی قید عدد صحیح و تبدیل مساله به مساله برنامه‌ریزی خطی، استفاده از تولید ستون به روش سیمپلکس به حل مساله پرداخته و با استفاده از روش ابتکاری مقادیر عدد صحیح را به‌دست آورده است.

کریستوفولتی و همکاران [28] مساله یکپارچه برش سه‌بعدی صنعت تشک تخت‌خواب با یکپارچگی سطوح ۱ و ۲ تولید، با استفاده از مدل ریاضی عدد صحیح مختلط و با هدف کمینه کردن هزینه‌های تولید را بررسی کردند. آیرس و همکاران [29] یک مدل یکپارچه ادغام دو مساله تعیین اندازه انباشته و برش مواد خام را به‌صورت برش یک‌بعدی و دوبعدی در صنایع برش کاغذی که رول‌های بزرگ کاغذ را به کاغذهایی به‌اندازه قابل‌استفاده عمومی برش می‌دهد، بررسی کرده‌اند و با توجه به این‌که محصول نهایی کاغذ برش‌خورده است و عملیات تولید فاقد مرحله مونتاژ است. در مدل پیشنهادی آن‌ها ابتدا میزان رول‌های اولیه موردنیاز برای برطرف کردن تقاضای مشتری در افق برنامه‌ریزی تعیین می‌شود و سپس رول‌ها با استفاده از برش یک‌بعدی به کلاف‌های کوچک‌تر تقسیم می‌شوند و در فاز سوم برش دوبعدی برای استفاده روزمره و عمومی روی کاغذها ایجاد می‌شود.

ملگا و همکاران [30] مساله تعیین اندازه انباشته دومرحله‌ای، برش مواد خام و زمان‌بندی را به‌طور یکپارچه در مساله برش یک‌بعدی با در نظر گرفتن زمان‌های راه‌اندازی وابسته ترتیبی و هزینه راه‌اندازی دستگاه‌های برش بررسی کردند. در فرآیند مرحله اول تولید با ایجاد الگوی برش، برش‌کاری انجام می‌شود و در مرحله دوم قطعات بریده‌شده برای تولید محصول نهایی مونتاژ می‌گردند. زمان‌بندی تولید بر اساس تقاضای مشتری تنظیم می‌گردد. ملگا و همکاران [31] از رویکرد حل دقیق برای مساله بسته‌بندی و تعیین سایز انباشته به‌طور هم‌زمان با در نظر گرفتن راه‌اندازی‌های وابسته دنباله‌ای را بررسی کردند. هدف آن‌ها بیشینه کردن تعداد خروجی به ازای ورودی معین و کمینه کردن میزان ورودی به ازای خروجی معین است.

سیلور و همکاران [32] به فرموله کردن و تحلیل نظری مساله برش یک‌بعدی با دوره‌های زمانی چندگانه با در نظر گرفتن هزینه راه‌اندازی دستگاه‌ها پرداخته‌اند. تمرکز در این پژوهش بر روی اثر الگوی برش بر هزینه راه‌اندازی است و سعی می‌کند تعداد الگوی برش کمتری جهت دستیابی به هزینه راه‌اندازی مجدد دستگاه برش پیدا کند. دلارا آندراده و همکاران [33] به بررسی در یک کارخانه تولید فنر اتومبیل پرداخته‌اند که سطوح اول و دوم تولید یکپارچه‌اند، مساله برش یک‌بعدی است و مقدار موجودی در انتهای هر دوره به‌عنوان خروجی در نظر گرفته شده است. هزینه تولید و نگهداری قطعات برش‌خورده به‌عنوان تابع هدف کمینه شده است. جدول ۱ خلاصه‌ای از تحقیقات انجام در این زمینه را نشان می‌دهد.

جدول ۱- خلاصه تحقیقات گذشته.

Table 1- Summary of past research.

نویسندگان	نوع مساله			ورودی		خروجی		هدف				سایر مفروضات				هزینه‌های در نظر گرفته شده							
	L1 / L2 / - / M	- / L2 / L3 / M	L1 / L2 / L3 / M	One-dimensional	Two-dimensional	Three-dimensional	BOM	مواد خام با مقاطع مختلف	تقاضای مشتریان	الگوی برش	تعیین مقدار موجودی نگهداری شده در پایان دوره	زمان بندی تولید	تعیین مقدار مواد خام استفاده شده	تعیین مقدار هزینه‌ها	حداقل کردن هزینه‌ها	برنامه ریزی اضافه کاری	قطعات خریدنی برای مونتاژ	دیرکرد تحویل پروژه	خرید	تولید	نگهداری قطعات بریده شده	نگهداری مواد اولیه	هزینه دیرکرد تحویل پروژه
[25]	*		*	*		*			*		*		*	*						*	*		
[19]	*		*					*	*		*	*								*			
[12]	*		*	*				*	*			*								*	*		
[21]			*	*			*		*		*			*						*	*		
[1]	*		*				*		*		*		*	*						*	*		
[4]		*		*				*	*		*		*	*						*	*		
[26]			*	*			*	*	*		*	*	*	*			*		*	*	*		
[16]	*		*				*	*	*		*		*	*						*	*		
[3]	*		*				*	*	*		*		*	*						*	*		
[6]	*		*				*	*	*		*	*	*	*						*	*		
[2]	*		*				*	*	*		*	*	*	*						*	*	*	
[17]	*		*				*	*	*		*	*	*	*						*	*		
[17]	*		*				*	*	*		*	*	*	*			*		*	*	*		
[15]	*		*				*	*	*		*	*	*	*	*					*	*		
[7]	*		*				*	*	*		*	*	*	*	*					*	*		
[7]	*		*				*	*	*		*	*	*	*						*	*		
[14]		*	*					*	*		*	*	*	*						*	*		
[13]	*		*				*	*	*		*	*	*	*						*	*		
[29]	*		*				*	*	*	*	*	*	*	*						*	*		
[28]	*		*				*	*	*		*	*	*	*						*	*		
[20]	*		*		*		*	*	*		*	*	*	*						*	*	*	
[35]	*		*				*	*	*		*	*	*	*						*	*		
[9]	*		*				*	*	*	*	*	*	*	*						*	*	*	
[18]	*		*		*		*	*	*		*	*	*	*						*	*	*	
[30]	*		*				*	*	*		*	*	*	*						*	*		
[23]	*		*	*			*	*	*		*	*	*	*						*	*		
تحقیق جاری		*	*				*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

با توجه به جدول ۱ مساله یکپارچه تعیین اندازه انباشته و برش مواد خام با هزینه تاخیر در تحویل سفارش‌ها، اضافه‌کاری و خرید مواد اولیه با هدف کمینه‌سازی هزینه‌های تولید تاکنون به صورت یکپارچه بررسی نشده است. در این تحقیق یک مساله تعیین اندازه انباشته و برش مواد خام با ویژگی‌های ساختار محصولات، تقاضای مشتری، تعداد آیتم برش خورده در هر محصول، ظرفیت ایستگاه‌های کاری هر مرحله، میزان سفارش مواد خام (نظیر میلگرد، نبشی، قوطی و ...)، مقاطع مختلف مواد خام در دوره‌های مختلف مورد برنامه‌ریزی، میزان سفارش قطعات افزودنی در هر دوره برنامه‌ریزی، تعیین طرح برش مواد، موجودی مواد در پایان هر دوره زمانی و میزان شیفت کاری فوق‌العاده مورد بررسی و یک الگوریتم ترکیبی ژنتیک و روش حل دقیق برای حل مساله در ابعاد بزرگ پیشنهاد شده است.

۳- مدل پیشنهادی

در این قسمت مدل پیشنهادی مساله ارائه شده است. هدف مساله یافتن راه‌حل بهینه کلی در مساله یکپارچه تعیین اندازه انباشته چند سطحی و برش مواد خام یک‌بعدی با شکل مقطع‌های مختلف و سایزهای متفاوت است، به صورتی که تقاضای هر دوره در موعد مقرر به گونه‌ای برآورده شود که مجموع هزینه‌های سفارش‌دهی مواد خام، نگهداری مواد خام و قطعات نیمه ساخته شده و هزینه تاخیر ایستگاه‌های تولیدی کمینه شود. لازم به ذکر است که هزینه تاخیر بر اساس هزینه کمبود در هر دوره اندازه‌گیری شده است. مدل پیشنهادی بر اساس مقایسه هزینه اضافه‌کاری و هزینه جریمه می‌تواند بر اساس میزان لازم تا سقف ظرفیت، برای جلوگیری از هزینه جریمه، شیفت اضافه‌کاری برقرار کند. مفروضات مساله به شرح زیر است:

۱. اگر الگوهای برش تغییر کنند یک زمان راه‌اندازی جدید برای ایستگاه‌های برش اعمال می‌شود. به عبارت دیگر متغیر راه‌اندازی ایستگاه‌های برش علاوه بر شکل مقطع و طول مواد خام و دوره‌ای که در آن عملیات برش انجام می‌شود، به الگوهای برش نیز مرتبط است.
۲. سفارش‌ها مشتریان در هر دوره به صورت تقاضای مشتریان از هر آیتم در هر دوره در نظر گرفته شده است.
۳. مقدار موجودی مواد خام از هر شکل مقطع و طول خاص در ابتدای افق برنامه‌ریزی صفر است.
۴. محدودیت ظرفیت در ایستگاه‌های برش و همچنین سایر ایستگاه‌های تولید در نظر گرفته شده است و با توجه به زمان راه‌اندازی و زمان پردازش عملیات مربوطه در هر ایستگاه، محدودیت‌ها اداره می‌شوند.
۵. زمان راه‌اندازی ایستگاه‌ها در نظر گرفته شده است اما هزینه راه‌اندازی در تابع هدف در نظر گرفته نشده است.

مدل مساله در جدول ۲ آمده است.

جدول ۲- مجموعه‌ها، اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم.

Table 2- Collections, indices, parameters and decision variables.

مجموعه‌ها	
مجموعه کل آیتم‌ها	N
مجموعه آیتم‌های خام جهت برش $V \subset N$	V
مجموعه محصولات نهایی $r \subset N$	R
مجموعه قطعات مونتاژی $U \subset N$	U
مجموعه قطعات نیمه ساخته شده حین تولید به جز قطعات خام بریده شده و قطعات مونتاژی	N-U-V
مجموعه Immediate successors آیتم i در BOM	S_i
مجموعه تمام ایستگاه‌های موجود برای تولید محصولات	M
مجموعه ایستگاه‌های برش $M_c \subset M$	M_c
مجموعه طول‌های متفاوت مربوط به شکل مقطع e	K_e
مجموعه الگوهای برش مربوط به شکل مقطع e و طول k	F_{ek}
اندیس‌ها	
آیتم‌ها $i, j = 1, 2, \dots, n$	i, j
دوره‌های زمان $t = 1, 2, \dots, T$	T

جدول ۲- ادامه.

Table 2- Continued.

اندیس‌ها	
E	شکل مقطع مواد خام $e = 1, 2, \dots, E$
M	ایستگاه‌های کاری $m = 1, 2, \dots, M$
K	طول‌های متفاوت مواد خام $k = 1, 2, \dots, K$
F	الگوهای برش $f = 1, 2, \dots, F$
U	قطعات مونتاژی $u = 1, 2, \dots, U$
h_i	هزینه نگهداری یک واحد آئتم i در هر دوره
τ_i	هزینه کمبود آئتم i
d_{it}	تقاضا آئتم i در دوره t
a_{ij}	تعداد واحد آئتم i مورد نیاز برای تولید یک واحد آئتم j
α_{if}^{ek}	تعداد آئتم خام i به دست آمده از برش مواد خام با شکل مقطع e و طول k مطابق الگوی برش f
Pt_{mi}	زمان پردازش مورد نیاز در ایستگاه m به منظور تولید یک واحد آئتم i
Pt_{mf}^{ek}	زمان پردازش مورد نیاز در ایستگاه برش m ، $(m \in M_c)$ به منظور برش مواد خام با شکل مقطع e و طول k مطابق الگوی برش f
st_{mi}	زمان راه‌اندازی ایستگاه m به منظور تولید آئتم i
St_{fm}^{ek}	زمان راه‌اندازی ایستگاه برش m $(m \in M_c)$ به منظور برش مواد خام با شکل مقطع e و طول k
b_{mt}	ظرفیت عادی ایستگاه m در دوره t بر حسب ساعت
b'_{mt}	ظرفیت اضافه کاری ایستگاه m در دوره t بر حسب ساعت
fc_t^{ek}	هزینه ثابت سفارش مواد خام با شکل مقطع e و طول k در دوره t
vc_t^{ek}	هزینه متغیر سفارش مواد خام با شکل مقطع e و طول k در دوره t
ho_t^{ek}	هزینه نگهداری مواد خام با شکل مقطع e و طول k در دوره t
پارامترها	
g_{ut}	هزینه خرید قطعه u در دوره t
gh_{ut}	هزینه نگهداری قطعه u در دوره t
o_{mt}	هزینه هر ساعت اضافه کاری ایستگاه m در دوره t
B	عدد مثبت بزرگ
متغیرها	
x_{it}	تعداد آئتم i تولید شده در دوره t
I_{it}^+	تعداد آئتم i نگهداری شده در پایان دوره t
I_{it}^-	تعداد کمبود آئتم i در پایان دوره t
I_{it}	موجودی خالص آئتم i در دوره t ، حاصل تفاضل دو متغیر نگهداری و کمبود
y_{ft}^{ek}	تعداد واحد مواد خام با شکل مقطع e و طول k بریده شده مطابق الگوی برش f در دوره t
z_t^{ek}	مقدار سفارش مواد خام با شکل مقطع e و طول k در دوره t
G_{ut}	مقدار سفارش خرید قطعه u در دوره t
Gh_{ut}	مقدار قطعه u نگهداری شده در پایان دوره t
O_{mt}	میزان اضافه کاری ایستگاه m در دوره t
Io_t^{ek}	مقدار مواد خام با شکل مقطع e و طول k نگهداری شده در پایان دوره t
w_{it}	متغیر باینری راه‌اندازی ایستگاه‌های تولید $w_{it} = \begin{cases} 1, & \text{if } x_{it} > 0, \\ 0, & \text{o.w.} \end{cases}$
γ_{ft}^{ek}	متغیر باینری راه‌اندازی ایستگاه برش $\gamma_{ft}^{ek} = \begin{cases} 1, & \text{if } y_{ft}^{ek} > 0, \\ 0, & \text{o.w.} \end{cases}$
λ_t^{ek}	متغیر باینری سفارش‌دهی که نشان می‌دهد سفارش مواد خام با شکل مقطع e و طول k در دوره t انجام می‌شود یا نه $\lambda_t^{ek} = \begin{cases} 1, & \text{if } z_t^{ek} > 0, \\ 0, & \text{o.w.} \end{cases}$

مدل پیشنهادی به شرح زیر است:

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & \sum_{t=1}^T \sum_{e=1}^E \sum_{k \in K_e} (fc_t^{ek} \cdot \lambda_t^{ek} + vc_t^{ek} \cdot z_t^{ek}) \\ & + \sum_{t=1}^T \sum_{e=1}^E \sum_{k \in K_e} ho_t^{ek} \cdot Io_t^{ek} + \sum_{u=1}^U \sum_{t=1}^T (g_{ut} \cdot G_{ut} + gh_{ut} \cdot Gh_{ut}) + \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (O_{mt} \cdot o_{mt}) \\ & + \sum_{i \in N} \sum_{t=1}^T h_i \cdot I_{it}^+ + \sum_{i \in r} \sum_{t=1}^T \pi_i \cdot I_{it}^- \end{aligned} \quad (1)$$

تابع هدف (۱) با هدف حداقل کردن مجموع هزینه‌های سفارش مواد خام که خود شامل دو بخش هزینه ثابت سفارش دهی و هزینه متغیر سفارش دهی است، نگهداری مواد خام و آیت‌ها در پایان هر دوره و کمبود محصول نهایی در هر دوره مدل‌سازی شده است.

$$z_t^{ek} + Io_{t-1}^{ek} = Io_t^{ek} + \sum_{f \in F_{ek}} y_{ft}^{ek} \text{ for all } t = 1, 2, \dots, T, e = 1, 2, \dots, E, k \in K_e. \quad (2)$$

محدودیت (۲) بالانس میزان سفارش مواد خام برای تولید محصولات را نشان می‌دهد. بدین صورت که میزان سفارش مواد خام از هر شکل مقطع و طول، در هر دوره زمانی، به اضافه میزان موجودی باقیمانده از همان نوع مواد خام از دوره قبل باید برابر باشد با میزان مواد خامی که قرار است مطابق الگوهای برش تعیین شده بریده شوند، به اضافه میزان موجودی از مواد خام که ممکن است بریده نشده باشد و برای دوره بعد باقیمانده باشد (توجه داشته باشید که $Io_0^{ek} = 0$ در نظر گرفته شده است).

$$G_{ut} + Gh_{u,t-1} = Gh_{ut} + \sum_{j \in S_u} a_{uj} \cdot x_{jt}, \text{ for all } u \in U, t = 1, 2, \dots, T. \quad (3)$$

محدودیت (۳) بالانس و کفایت قطعات خریدنی برای تولید محصول را نشان می‌دهد.

$$x_{it} + I_{i,t-1} = d_{it} + I_{it} + \sum_{j \in S_i} a_{ij} \cdot x_{jt} \text{ for all } i \in N - V, t = 1, 2, \dots, T. \quad (4)$$

محدودیت (۴) محدودیت بالانس تقاضا است و تضمین می‌کند که تقاضای مشتریان در هر دوره برآورده شود. بدین صورت که مجموع مقدار تولید آیت i در هر دوره و میزان موجودی باقیمانده آیت مورد نظر از دوره قبل، باید میزان تقاضا آن آیت در همان دوره و مجموع میزان تولید آیت‌های سطوح پایین تر BOM که در ساخت آن‌ها از آیت i استفاده شده است را برآورده کند؛ همچنین ممکن است در پایان همان دوره به میزان $I_{i,t}$ نیز موجودی از آیت i را نگهداریم.

$$\sum_{e=1}^E \sum_{k \in K_e} \sum_{f \in F_{ek}} \alpha_{if}^{ek} \cdot y_{ft}^{ek} + I_{i,t-1} = I_{i,t} + \sum_{j \in S_i} a_{ij} \cdot x_{jt} \text{ for all } i \in V, t = 1, 2, \dots, T. \quad (5)$$

محدودیت (۵) نیز بالانس تولید و موجودی را برای سطوح بالاتر BOM تضمین می‌کند، یعنی باید مقدار آیت‌های خام موجود در سطح آخر BOM محصولات، نیاز آیت‌های سطوح پایین تر برای تولید محصول نهایی را برآورده کنند. بدین صورت که مجموع آیت‌های خام بریده شده از مواد خام با شکل مقطع و طول مشخص مطابق الگوی برش تعیین شده به اضافه میزان موجودی باقیمانده آیت مورد نظر (آیت خام) از دوره قبل، باید برابر با مجموع مصرف این آیت‌های خام برای سطوح پایین تر به اضافه موجودی نگهداری شده در پایان همان دوره باشد.

$$\sum_{i \in N-V-U} pt_{mi} \cdot x_{it} + st_{mi} \cdot w_{it} \leq b_{mt} + O_{mt}, \text{ for all } t = 1, 2, \dots, T, m \in M - M_c. \quad (6)$$

نامعادله (۶) محدودیت ظرفیت ایستگاه‌های تولید است و اطمینان می‌دهد که مجموع زمان‌های پردازش و راه‌اندازی ایستگاه‌های تولیدی برای تولید محصولات، نمی‌تواند بزرگ‌تر از ظرفیت موجود ایستگاه‌های تولیدی باشد.

$$\sum_{e=1}^E \sum_{k \in K_e} \sum_{f \in F_{ek}} (P_{fm}^{ek} \cdot y_{ft}^{ek} + S_{fm}^{ek} \cdot \gamma_{ft}^{ek}) \leq b_{mt} + O_{mt} \text{ for all } t = 1, 2, \dots, T, m \in M_c. \quad (7)$$

رابطه (7) نیز مانند محدودیت قبل، محدودیت ظرفیت است با این تفاوت که مربوط به ایستگاه برش است. بدین صورت که مجموع زمان‌های راه‌اندازی ایستگاه برش و پردازش عملیات برش نمی‌تواند بیشتر از ظرفیت موجود ایستگاه مربوطه باشد.

$$x_{it} + I_{i,t-1}^+ - I_{i,t}^+ \geq \sum_{j \in S_i} a_{ij} \cdot x_{jt}, \text{ for all } i \in N-V-U, t = 1, 2, \dots, T. \quad (8)$$

محدودیت (8) تضمین می‌کند که میزان تولید آیت‌ها و موجودی آن‌ها از دوره قبل نیاز آیت‌های پایین‌تر در BOM را برآورده می‌کند.

$$\sum_e \sum_{k \in K_e} \sum_{f \in F_{ek}} \alpha_{if}^{ek} \cdot y_{ft}^{ek} + I_{i,t-1}^+ - I_{i,t}^+ \geq \sum_{j \in S_i} a_{ij} \cdot x_{jt}, \text{ for all } i \in V, t = 1, 2, \dots, T. \quad (9)$$

محدودیت (9) نیز مانند محدودیت (8) است با این تفاوت که برای آیت‌های خام اعمال شده است.

$$0 \leq O_{mt} \leq b'_{mt}, \text{ for all } t = 1, 2, \dots, T, m \in M_c. \quad (10)$$

محدودیت (10) محدودیت اضافه‌کاری ایستگاه‌های تولید را نشان می‌دهد.

$$x_{it} \leq B \cdot w_{it}, \text{ for all } t = 1, 2, \dots, T, i \in N. \quad (11)$$

محدودیت (11) اطمینان می‌دهد که هیچ تولیدی از آیت i در دوره t رخ نمی‌دهد، مگر این‌که متغیر راه‌اندازی مربوطه مقدار یک بگیرد.

$$y_{ft}^{ek} \leq B \cdot \gamma_{ft}^{ek}, \text{ for all } t = 1, 2, \dots, T, e = 1, 2, \dots, E, k \in K_e, f \in F_{ek}. \quad (12)$$

محدودیت (12) نیز مانند محدودیت قبل است، با این تفاوت که برای ایستگاه‌های برش در نظر گرفته شده است و متغیرهای راه‌اندازی ایستگاه برش را به متغیرهای مربوط به آن‌ها یعنی تعداد واحد مواد خام با شکل مقطع e و طول k برش خورده مطابق الگو برش f مرتبط می‌سازند. به عبارت دیگر هیچ مواد خامی بریده نخواهد شد، مگر آنکه متغیر راه‌اندازی ایستگاه برش مقدار 1 بگیرد.

$$z_t^{ek} \leq B \cdot \lambda_t^{ek}, \text{ for all } t = 1, 2, \dots, T, e = 1, 2, \dots, E, k \in K_e. \quad (13)$$

این محدودیت متغیر باینری سفارش‌دهی را به متغیر میزان سفارش مواد خام در هر دوره مرتبط می‌سازد.

$$I_{it} = I_{it}^+ - I_{it}^-, \text{ for all } t = 1, 2, \dots, T, i \in N. \quad (14)$$

محدودیت (14) نحوه محاسبه موجودی خالص را نشان می‌دهد که این موجودی می‌تواند مقادیر مثبت، منفی و یا صفر بگیرد.

$$I_{it}^- = 0 \text{ for all } i = N, t = T. \quad (15)$$

محدودیت (15) بیانگر این است که کمبود محصول نهایی ($i=N$) در دوره آخر ($t=T$) مجاز نیست. به عبارت دیگر تقاضای ازدست‌رفته نداریم و در نهایت باید به تمام تقاضاها پاسخ داده شود.

$$I_{it}^{ek} \geq 0, x_{it} \geq 0, \text{ integer } I_{it} \in Z, I_{it}^- \geq 0, I_{it}^+ \geq 0, y_{ft}^{ek} \geq 0, z_t^{ek} \geq 0, w_{it} \in \{0,1\}, \gamma_{ft}^{ek} \in \{0,1\}, \lambda_t^{ek} \in \{0,1\}. \quad (16)$$

مجموعه محدودیت (16) نیز حدود متغیرها را نشان می‌دهند.

۴- روش حل

در این تحقیق ترکیب الگوریتم ژنتیک و نرم افزار سی پلکس جهت حل مساله معرفی شده است. در الگوریتم پیشنهادی متغیرهای الگوی برش و تعداد برش مشخص شده و سپس این جواب به عنوان ورودی نرم افزار سی پلکس استفاده می شود. روش سی پلکس با استفاده از یک مدل برنامه ریزی خطی عدد صحیح متغیرهای تولید آیتم ها در هر دوره، میزان سفارش مواد خام، میزان موجودی آیتم ها و میزان مواد خام در هر دوره و میزان کمبود را محاسبه کرده و سپس این جواب مجدداً به الگوریتم ژنتیک منتقل می شود. الگوریتم ژنتیک مجدداً الگوی برش و تعداد برش را محاسبه کرده و جواب جدید مجدداً به نرم افزار سی پلکس منتقل می شود. این فرآیند تا رسیدن به یک جواب مناسب ادامه دارد.

۴-۱- جواب اولیه

الگوی برش و تعداد برش

در این حالت اندیس شکل مقطع های متفاوت مواد خام با اندیس طول های متفاوت مواد خام ادغام شده و هر نوع ماده خام با یک اندیس نمایش داده شده است. سپس به تفکیک هر ماده خام، متغیرهای الگوی برش و تعداد استفاده در هر الگو محاسبه شده و در نهایت یک ماتریس به دست می آید که سطرهای آن تعداد الگوهای برش و ستون های آن مواد خام هستند. تعداد برش نیز یک ماتریس به ابعاد تعداد الگوهای برش در تعداد دوره های زمانی است. شکل ۱ کروموزوم مربوطه را برای یک ماده خام نشان می دهد.

		8.5				e=1	q=1
						k=200	
		1	2	3	4		
تعداد الگو برش	1						
	2						
	2						
		تعداد آیتم خام					
		1	2	3	4		
تعداد الگو برش	1						
	2						
	2						
		تعداد آیتم خام				e=1	q=2
						k=200	
		2	3	4	2	3	4
تعداد الگو برش	2						
	3						
	4						
		تعداد آیتم خام					
		2	3	4	2	3	4
تعداد الگو برش	2						
	3						
	4						
		تعداد آیتم خام				e=1	q=3
						k=200	
		2	3	4	2	3	4
تعداد الگو برش	2						
	3						
	4						

شکل ۱- کروموزوم الگوریتم ژنتیک.

Figure 1- Chromosome genetic algorithm.

۴-۲- تابع برانزندی

تابع هدف مساله الگوریتم ژنتیک برابر با خروجی نرم افزار سی پلکس است. بعد از مشخص شدن الگوی برش و تعداد برش، این جواب به عنوان ورودی نرم افزار سی پلکس در نظر گرفته شده و خروجی نرم افزار نیز به عنوان تابع هدف مساله است.

۴-۳- جواب اولیه

سه روش برای تولید جواب اولیه استفاده شده است. در روش اول ابتدا تمامی آیتم برحسب طول خود به صورت نزولی مرتب می شوند. در این حالت آیتمی که بلندترین طول را دارد، در اولین انتخاب برش قرار می گیرد؛ این روش را *FFD* می نامیم. بعد از انتخاب آیتم، نوع برش آن به صورت تصادفی انتخاب می شود. در حالت دوم تمامی آیتم ها به صورت تصادفی چیدمان می شوند. نوع برش نیز به صورت تصادفی انتخاب می شود. در حالت سوم ابتدا به صورت تصادفی تمامی آیتم ها و برش ها را در نظر می گیریم، سپس یک الگوریتم اصلاحی را انجام می دهیم و هر کدام از آیتم ها که در برش ضایعات کمتری دارد، انتخاب می شود.

تولید متغیر تعداد برش

هدف از تولید متغیر برش این است که الگوهای برش هر کدام از مواد خام، به تعدادی به کار گرفته شود که نیاز آیتم های خام برای محصولات نهایی برآورده شود. در این حالت کمبود فقط برای محصول نهایی مجاز است و برای دیگر قطعات خام و ... مجاز نیست.

تقاضای محصولات مشخص است و با توجه به *BOM* هر محصول، تقاضای مواد اولیه نیز مشخص است. جهت تولید ماتریس تعداد برش از دوره اول و از آیتم اول خام شروع کرده و یکی از الگوهای برشی که این قطعه را تولید می کند، به صورت تصادفی انتخاب و برش را انجام می دهیم. بعد از برش، مقدار نیاز برآورده شده برای تولید محصول در آن دوره را بررسی کرده و این رویه را تا آخر ادامه می دهیم تا هیچ کمبودی نباشد.

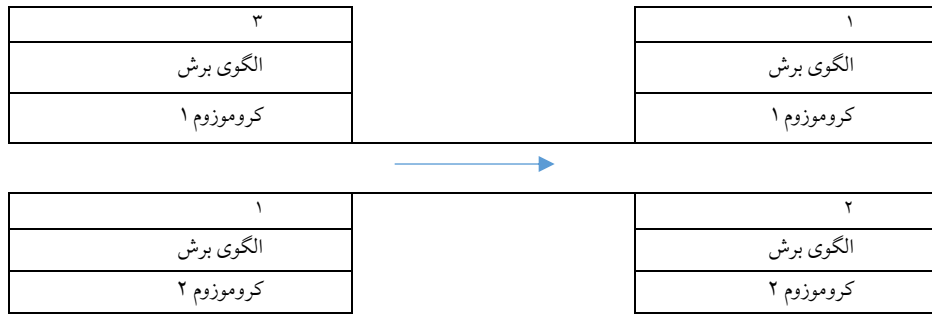
۴-۴- جهش

عملگر جهش برای تعداد برش و الگوی برش انجام می شود. در هر بار تکرار الگوریتم یکی از این دو به تصادف انتخاب می شوند. برای انجام جهش برای تعداد برش در ماتریس مربوطه تعداد برش مربوط به آن ماده خام، جای دو عنصر بزرگتر از صفر آن را به تصادف با یکدیگر جابه جا می کنیم. جهت جهش برای الگوی برش، ابتدا یک الگوی برش جدید برای تک تک محصولات خام تولید می کنیم.

جهت انجام این کار ابتدا از طول ماده خام یکی یکی به اندازه طول قطعاتی که از این ماده خام به دست می آید کم کرده تا زمانی که دیگر امکان این کار نباشد. سپس برای هر کدام از مواد خام با احتمال ۵۰٪ این الگو را جایگزین یکی الگوهای برش ماتریس الگوی برش مواد خام در نظر گرفته و با احتمال ۵۰٪ این الگو را به مجموعه الگوی برش مواد خام اضافه می کنیم. از آنجایی که تغییر در الگوی برش باعث تغییر تعداد دفعات برش می شود. از این رو با اضافه یا جابه جا کردن این الگوی برش در ماتریس الگوهای برش، ماتریس برش نیز تغییر خواهد کرد؛ بنابراین، تمامی مقادیر سطر مربوط به الگو جدید در ماتریس تعداد برش را برابر صفر قرار می دهیم و در دوره هایی که تولید آیتم های این الگو کمتر از میزان نیاز به این آیتم هاست، الگو جدید را انتخاب می کنیم.

۴-۵- تقاطع

جهش عمل تقاطع، الگوی برش برای مواد خام با یکدیگر جابه‌جا می‌شود. در شکل ۲ به آن اشاره شد.



شکل ۲- عملگر تقاطع.

Figure 2- Intersection operator.

۴-۶- عملگر انتخاب

عملگر انتخاب با استفاده از چرخه رولت است. در این روش جواب‌هایی که بهتر هستند با احتمال بیشتری برای تقاطع انتخاب می‌شوند.

رویه کلی الگوریتم

تعداد تکرارها برابر با ۳۰۰ است. شرط توقف مساله ترکیبی از تعداد تکرار و همگرایی است. اگر در ۱۰۰ تکرار پیوسته الگوریتم بهبودی حاصل نشود، مساله متوقف می‌شود.

۵- یافته‌های پژوهش

مساله پیشنهادی در سه سایز مختلف کوچک، متوسط و بزرگ بررسی شده است. نتایج مساله در سه حالت مختلف حل با نرم‌افزار سی‌پلکس (که با c نشان داده می‌شود)، حل با ترکیب الگوریتم ژنتیک و نرم‌افزار سی‌پلکس (که با CGA نشان داده می‌شود) و حل با الگوریتم ژنتیک (که با GA نشان داده می‌شود) بررسی و نتایج آن گزارش شده است. برای هر حالت ۵ مثال مختلف حل و نتایج آن گزارش شده است. جدول ۳ ابعاد مختلف مساله را نشان می‌دهد. این ابعاد از دنیای واقعی الهام گرفته شده است.

جدول ۳- ابعاد مساله.

Table 3- Dimensions of the problem.

آیتم‌ها	آیتم خام	دوره	ایستگاه‌ها	ایستگاه برش	شکل مقطع	طول ماده خام
کوچک	2	5	2	2	2	2
متوسط	10	10	10	4	4	6
بزرگ	20	25	25	10	10	15

جداول زیر نتایج مساله برای تمامی سایزها را نشان می‌دهد. در جدول ۴ و جدول ۵ زیر میزان تابع هدف و زمان حل مسایل در هر ۳ حالت پیشنهادی بررسی شده است.

جدول ۴- نتایج مساله برای ابعاد کوچک.

Table 4- Problem results for small dimensions.

	زمان حل			تابع هدف			مثال ها
	GA	CGA	C	GA	CGA	C	
17	2104	2699	11775	12007	12157	1	
28	2965	2545	11740	11895	12133	2	
26	1745	2973	11535	11700	11860	3	
18	1786	2528	11472	11687	11924	4	
20	2799	3154	12010	12155	12314	5	
19	2346	2410	11610	11849	12048	6	
21	2510	2574	11441	11598	11772	7	
25	2712	2830	11718	11887	12028	8	
26	1518	2777	12033	12232	12387	9	
24	2685	2993	11361	11508	11731	10	

در جدول ۴ روش سی پلکس تمامی مسایل را در زمان بهینه حل کرده است. میانگین زمان حل این نرم افزار ۲۷۴۹ ثانیه است. میزان انحراف الگوریتم پیشنهادی با جواب بهینه برابر با ۱/۵٪ است که نشان از کارآمدی روش حل پیشنهادی دارد. همچنین میزان انحراف روش الگوریتم ژنتیک با حالت بهینه برابر با ۳٪ است. میانگین زمان حل روش پیشنهادی برابر با ۲۳۱۷ ثانیه بوده که بیشتر این زمان حل مربوط به نرم افزار سی پلکس است. همچنین میانگین زمان حل روش ژنتیک برابر با ۲۲/۴ ثانیه است.

جدول ۵- نتایج مساله برای ابعاد متوسط.

Table 5- Results of the problem for medium dimensions.

	زمان حل			تابع هدف			مثال ها
	GA	CGA	C	GA	CGA	C	
60	7094	7200	22584	22986	22454	1	
55	6062	7200	22513	22937	22191	2	
64	5617	7200	22100	22500	21941	3	
59	5524	7200	21910	22375	21761	4	
65	6064	7200	23197	23507	22510	5	
55	5738	7200	22425	22688	22072	6	
74	6754	7200	21563	22023	21507	7	
78	6659	7200	22676	22970	22180	8	
65	5519	7200	23144	23508	22643	9	
66	5570	7200	22266	22663	21702	10	

در جدول ۵ روش سی پلکس تمامی مسایل را در زمان ۷۲۰۰ ثانیه متوقف شده است. میزان بهبود الگوریتم پیشنهادی با جواب سی پلکس برابر با ۳/۱٪ است که نشان از کارآمدی روش حل پیشنهادی دارد. همچنین میزان انحراف روش الگوریتم ژنتیک با روش پیشنهادی برابر با ۱/۶٪ است. میانگین زمان حل روش پیشنهادی برابر با ۶۰۷۰ ثانیه بوده که بیشتر این زمان حل مربوط به نرم افزار سی پلکس است. همچنین میانگین زمان حل روش ژنتیک برابر با ۶۴/۱ ثانیه است.

جدول ۶- نتایج مساله برای ابعاد بزرگ.
Table 6- Problem results for large dimensions.

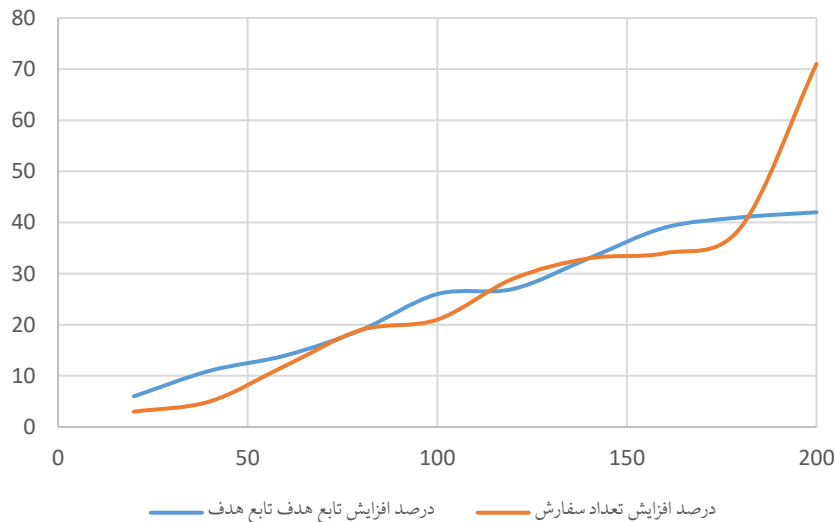
مثال ها	تابع هدف			زمان حل		
	GA	CGA	C	GA	CGA	C
1	150	7192	7200	54567	65577	N/A
2	137	7026	7200	16347	19594	N/A
3	140	6569	7200	16426	19766	N/A
4	121	6236	7200	15883	18988	N/A
5	157	7396	7200	15758	18786	N/A
6	142	7246	7200	15305	18784	N/A
7	147	6075	7200	15598	18768	N/A
8	136	6372	7200	15543	18941	N/A
9	114	6092	7200	15165	18045	N/A
10	137	6682	7200	16023	19212	N/A

در جدول ۶ روش سی پلکس هیچ کدام از مسایل را حل نکرده است. میانگین زمان حل این نرم افزار ۷۲۰۰ ثانیه است. همچنین میزان انحراف روش الگوریتم ژنتیک با روش پیشنهادی برابر با ۱۶/۸٪ است که نشان از کارایی روش پیشنهادی دارد. میانگین زمان حل روش پیشنهادی برابر با ۶۶۸۸ ثانیه بوده که بیشتر این زمان حل مربوط به نرم افزار سی پلکس است. همچنین میانگین زمان حل روش ژنتیک برابر با ۱۳۸/۱ ثانیه است.

۶- تحلیل حساسیت

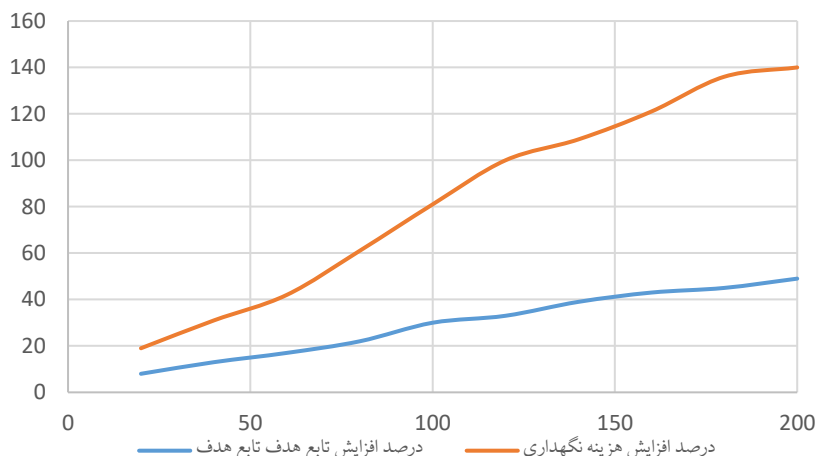
در این قسمت مساله پیشنهادی در حالات مختلف حل و نتایج آن با یکدیگر مقایسه شده است.

حالت ۱ (افزایش هزینه های نگهداری): با افزایش هزینه های نگهداری، میزان سفارش مواد خام کاهش می یابد و سعی می شود در هر دوره سفارش مواد خام انجام شود. شکل ۳ میزان افزایش هزینه نگهداری را از ۲۰٪ تا ۲۰۰٪ نشان می دهد.



شکل ۳- بررسی مساله با افزایش هزینه های نگهداری.
Figure 3- Examining the problem with increasing maintenance costs.

حالت ۲ (بررسی افزایش هزینه‌های خرید): با افزایش هزینه‌های خرید، میزان نگهداری مواد اولیه افزایش می‌یابد و سیستم سعی می‌کند با خرید بیشتر از هزینه‌های آن جلوگیری کند. شکل ۴ میزان افزایش تابع هدف و هزینه‌های نگهداری را با افزایش هزینه‌های خرید نشان می‌دهد. در این شکل هزینه‌های خرید از ۲۰٪ تا ۲۰۰٪ افزایش یافته است.



شکل ۴- بررسی مساله با افزایش هزینه‌های خرید.

Figure 4- Examining the problem with increasing purchase costs.

حالت ۳: جدول ۷، مساله حالت حل جداگانه و یکپارچه را به تفکیک دوره‌های زمانی بررسی کرده است.

جدول ۷- بررسی مساله در حالات مختلف.

Table 7- Examining the problem in different situations.

حالات مختلف مساله	یکپارچه هزینه	مجزا مجموع هزینه‌ها	درصد کاهش هزینه نسبت به حل یکپارچه	مجزا به تفکیک هر دوره مجموع هزینه‌ها	درصد کاهش هزینه نسبت به حل یکپارچه
حالت عادی	3030	4243	40.033	4862	46.6
افزایش هزینه نگهداری	3427	3622	5.69	4046	18.062
افزایش هزینه سفارش	4739	5889	24.26	6711	41.61

در جدول ۷ میزان هزینه‌های مساله در حالت یکپارچه در حالتی که مساله به صورت مجزا حل شده است، در حالت عادی 40.033% کاهش یافته است که نشان از اهمیت حل مساله به صورت یکپارچه دارد. این مقدار در حالت تحلیل حساسیت با هزینه نگهداری و سفارش‌دهی برابر با 5.69% و 24.26% است. همچنین در حالت حل به تفکیک هر دوره میزان کاهش هزینه در حالت عادی، تحلیل حساسیت با هزینه نگهداری و تحلیل حساسیت با هزینه سفارش‌دهی برابر با 46.6% و 41.61% است.

۷- نتیجه‌گیری

در این پژوهش مساله تعیین اندازه انباشته و برش مواد خام با هزینه تاخیر در تحویل سفارش‌ها، اضافه‌کاری و خرید مواد اولیه معرفی، یک مدل ریاضی یکپارچه برای آن با هدف کمینه‌سازی هزینه‌های تولید معرفی شده است. در مدل پیشنهادی تعیین اندازه انباشته به صورت چند سطحی و چند دوره‌ای و برش مواد خام به صورت یک‌بعدی در نظر گرفته شده است. مساله تعیین اندازه انباشته و مساله برش مواد خام دو موضوع مهم در صنعت تولید هستند که در فرآیند تولید بسیاری صنایع از جمله صنعت مبلمان، کاغذ، آلومینیوم، صنایع فلزی و ... کاربرد دارند. این مساله، میزان تولید مجموعه‌ای از قطعات و محصولات تولیدی در طول افق برنامه‌ریزی مشخص شده را مشخص می‌کند. از طرف دیگر مساله برش مواد خام به تعیین الگوی برش مواد خام و تعداد استفاده از هر الگو برش به منظور تولید قطعات موردنیاز برای تولید محصول می‌پردازد، به طوری که هزینه‌های ضایعات مواد خام حداقل شود یا به عبارت دیگر میزان استفاده از مواد خام کمینه شود.

با توجه به $NP-hard$ بودن مساله و عدم کارایی روش‌های دقیق در ابعاد بزرگ، یک روش ترکیبی مبتنی بر الگوریتم ژنتیک و حل دقیق با نرم‌افزار گمز ارائه شده است. در روش پیشنهادی، مساله موردنظر به دو قسمت تجزیه شده که در آن الگوهای برش مواد خام با الگوریتم ژنتیک مشخص می‌شود و سپس مساله با استفاده از نرم‌افزار گمز حل می‌شود. نتایج مساله حاکی از کارایی روش پیشنهادی در حل مساله دارد. میزان انحراف روش حل پیشنهادی از جواب دقیق برابر با $1/5\%$ است که نشان از کارایی روش پیشنهادی دارد. همچنین میزان بهبود روش پیشنهادی در ابعاد بزرگ نسبت به الگوریتم ژنتیک که روش دقیق قادر به حل آن نیست برابر با $16/8\%$ است.

همچنین با افزایش 1% در هزینه‌های خرید میزان افزایش هزینه‌های مساله و هزینه‌های نگهداری به صورت میانگین $0/6\%$ و $0/43\%$ است. همچنین با افزایش 1% در هزینه خرید، هزینه‌های مساله و نگهداری به صورت میانگین $0/73\%$ و $0/23\%$ افزایش می‌یابد. برای تحقیقات آتی می‌توان مسائلی مانند هزینه خرابی ماشین‌آلات و هزینه تعمیر آن‌ها و هزینه در دسترس نبودن ماشین‌آلات و نیروی کار را بررسی کرد. از اهداف این مساله کاهش هزینه‌های مساله بوده است (مانند دیگر مقالات ارائه شده در قسمت ادبیات تحقیق) که روش حل پیشنهادی نتایج مثبتی را برای این حالت به ارمغان آورده است. همچنین ارائه الگوی مناسب برش و تعیین اندازه بهینه انباشته به خوبی در روش حل پیشنهادی محاسبه شده است که نشان از کارآمدی روش حل مساله دارد.

برای تحقیقات آتی می‌توان از الگوریتم‌های یادگیری عمیق جهت تعیین بهینه متغیرهای مساله در بلندمدت استفاده کرد. با توجه به پیچیدگی حل این نوع مسائل، روش حل پیشنهادی می‌تواند مفید باشد و نتایج مثبتی را به همراه داشته باشد. همچنین می‌توان امکان رد سفارش‌ها را به مساله اضافه کرد. رد سفارش‌ها این امکان را برای سازمان فراهم می‌کند تا دیگر سفارش‌ها در زمان مناسب‌تری کامل شده و از هزینه‌های تاخیر جلوگیری می‌کند.

تشکر و قدردانی

این مقاله تماماً توسط نویسندگان تهیه شده است.

منابع مالی

هیچ کمک مالی در فرآیند انجام پژوهش وجود نداشته است.

تعارض با منافع

هیچ تضادی در منافع در مورد انتشار این نسخه وجود ندارد، همه نویسندگان، نسخه نهایی ارسال شده را مشاهده و تایید کرده‌اند. نویسندگان تضمین می‌کنند که مقاله، اثر اصلی آن‌ها بوده، قبلاً چاپ نشده و در حال حاضر تحت انتشار نیستند.

منابع

- [1] Chen, Q., & Chen, Y. (2024). Heuristics for the two-dimensional cutting stock problem with usable leftover. *Intelligent data analysis*, 28(2), 591-611. <https://doi.org/10.3233/IDA-227447>
- [2] Dikili, A. C., Takinacı, A. C., & Pek, N. A. (2008). A new heuristic approach to one-dimensional stock-cutting problems with multiple stock lengths in ship production. *Ocean engineering*, 35(7), 637-645. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2008.01.003>
- [3] Cui, Y. (2012). A CAM system for one-dimensional stock cutting. *Advances in engineering software*, 47(1), 7-16. <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2011.12.004>
- [4] Cherri, A. C., Cherri, L. H., Oliveira, B. B., Oliveira, J. F., & Carravilla, M. A. (2023). A stochastic programming approach to the cutting stock problem with usable leftovers. *European journal of operational research*, 308(1), 38-53. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2022.11.013>
- [5] Hindi, K. S. (1995). Computationally efficient solution of the multi-item, capacitated lot-sizing problem. *Computers & industrial engineering*, 28(4), 709-719. [https://doi.org/10.1016/0360-8352\(95\)00021-R](https://doi.org/10.1016/0360-8352(95)00021-R)
- [6] Delorme, M., & Iori, M. (2020). Enhanced pseudo-polynomial formulations for bin packing and cutting stock problems. *INFORMS journal on computing*, 32(1), 101-119. <https://doi.org/10.1287/ijoc.2018.0880>

- [7] Kroth, K. M. (2024). Cutting and Packaging Optimization. In *Operations research and management: quantitative methods for planning and decision-making in business and economics* (pp. 45–67). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-47206-0_3
- [8] Kuik, R., & Salomon, M. (1990). Multi-level lot-sizing problem: evaluation of a simulated-annealing heuristic. *European journal of operational research*, 45(1), 25–37. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(90\)90153-3](https://doi.org/10.1016/0377-2217(90)90153-3)
- [9] Wu, T., Shi, L., Geunes, J., & Akartunalı, K. (2011). An optimization framework for solving capacitated multi-level lot-sizing problems with backlogging. *European journal of operational research*, 214(2), 428–441. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2011.04.029>
- [10] Roll, Y., & Karni, R. (1991). Multi-item, multi-level lot sizing with an aggregate capacity constraint. *European journal of operational research*, 51(1), 73–87. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(91\)90147-N](https://doi.org/10.1016/0377-2217(91)90147-N)
- [11] Zhao, Q., Xie, C., & Xiao, Y. (2012). A variable neighborhood decomposition search algorithm for multilevel capacitated lot-sizing problems. *Electronic notes in discrete mathematics*, 39, 129–135. <https://doi.org/10.1016/j.endm.2012.10.018>
- [12] Bertolini, M., Mezzogori, D., & Zammori, F. (2024). Hybrid heuristic for the one-dimensional cutting stock problem with usable leftovers and additional operating constraints. *International journal of industrial engineering computations*, 15(1), 149–170. <https://dx.doi.org/10.5267/j.ijiec.2023.10.006>
- [13] Melega, G. M., de Araujo, S. A., & Jans, R. (2018). Classification and literature review of integrated lot-sizing and cutting stock problems. *European journal of operational research*, 271(1), 1–19. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.01.002>
- [14] Luo, Q., Du, B., Rao, Y., & Guo, X. (2022). Metaheuristic algorithms for a special cutting stock problem with multiple stocks in the transformer manufacturing industry. *Expert systems with applications*, 210, 118578. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.118578>
- [15] Fang, J., Rao, Y., Luo, Q., & Xu, J. (2023). Solving one-dimensional cutting stock problems with the deep reinforcement learning. *Mathematics*, 11(4), 1028. <https://doi.org/10.3390/math11041028>
- [16] Cucuzza, R., Domaneschi, M., Rosso, M. M., Martinelli, L., & Marano, G. C. (2023). Cutting stock problem (CSP) applied to structural optimization for the minimum waste cost. *Ce/papers*, 6(5), 1066–1073. <https://doi.org/10.1002/cepa.2208>
- [17] do Nascimento, D. N., de Araujo, S. A., & Cherri, A. C. (2022). Integrated lot-sizing and one-dimensional cutting stock problem with usable leftovers. *Annals of operations research*, 316, 785–803. <https://doi.org/10.1007/s10479-020-03772-9>
- [18] Pierini, L. M., & Poldi, K. C. (2021). Lot Sizing and cutting stock problems in a paper production process. *Pesquisa operacional*, 41(spe), e235094. <https://www.scielo.br/j/pope/a/VBqk9xq8dkyH8zDCfpsRkrG/?lang=en>
- [19] Andrade, P. R. de L. (2021). *Optimization of the production process in an automotive spring industry*. <https://repositorio.unesp.br/items/7d8d6d28-a8d3-4570-8561-f6b511e1e74c>
- [20] Viegas, J. L., Vieira, S. M., Henriques, E. M. P., & Sousa, J. M. C. (2016). Heuristics for three-dimensional steel cutting with usable leftovers considering large time periods. *European journal of industrial engineering*, 10(4), 431–454. <https://doi.org/10.1504/EJIE.2016.078141>
- [21] Suliman, S. M. A. (2012). *An algorithm for solving lot sizing and cutting stock problem within aluminum fabrication industry* [presentation]. Proceedings of the 2012 international conference on industrial engineering and operations management (pp. 783–793). <https://ieomsociety.org/ieom2012/pdfs/194.pdf>
- [22] Vanzela, M., Melega, G. M., Rangel, S., & de Araujo, S. A. (2017). The integrated lot sizing and cutting stock problem with saw cycle constraints applied to furniture production. *Computers & operations research*, 79, 148–160. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2016.10.015>
- [23] Wu, T., Akartunalı, K., Jans, R., & Liang, Z. (2017). Progressive selection method for the coupled lot-sizing and cutting-stock problem. *INFORMS journal on computing*, 29(3), 523–543. <https://doi.org/10.1287/ijoc.2017.0746>
- [24] Gramani, M. C. N., França, P. M., & Arenales, M. N. (2009). A Lagrangian relaxation approach to a coupled lot-sizing and cutting stock problem. *International journal of production economics*, 119(2), 219–227. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2009.02.011>
- [25] Gramani, M. C. N., França, P. M., & Arenales, M. N. (2011). A linear optimization approach to the combined production planning model. *Journal of the franklin institute*, 348(7), 1523–1536. <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2010.05.010>
- [26] Alem, D. J., & Morabito, R. (2012). Production planning in furniture settings via robust optimization. *Computers & operations research*, 39(2), 139–150. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2011.02.022>
- [27] Alem, D., & Morabito, R. (2013). Risk-averse two-stage stochastic programs in furniture plants. *OR spectrum*, 35(4), 773–806. <https://doi.org/10.1007/s00291-012-0312-5>
- [28] Christofolletti, M. M., de Araujo, S. A., & Cherri, A. C. (2021). Integrated lot-sizing and cutting stock problem applied to the mattress industry. *Journal of the operational research society*, 72(6), 1279–1293. <https://doi.org/10.1080/01605682.2020.1718013>
- [29] Ayres, A. O. C., Campello, B. S. C., Oliveira, W. A., & Ghidini, C. T. L. S. (2021). A Bi-Integrated Model for coupling lot-sizing and cutting-stock problems. *OR spectrum*, 43(4), 1047–1076. <https://doi.org/10.1007/s00291-021-00647-8>
- [30] Melega, G. M., de Araujo, S. A., & Morabito, R. (2020). Mathematical model and solution approaches for integrated lot-sizing, scheduling and cutting stock problems. *Annals of operations research*, 295(2), 695–736. <https://doi.org/10.1007/s10479-020-03764-9>
- [31] Melega, G. M., de Araujo, S. A., Jans, R., & Morabito, R. (2023). Formulations and exact solution approaches for a coupled bin-packing and lot-sizing problem with sequence-dependent setups. *Flexible services and manufacturing journal*, 35(4), 1276–1312. <https://doi.org/10.1007/s10696-022-09464-9>

-
- [32] Silva, E. M., Melega, G. M., Akartunalı, K., & de Araujo, S. A. (2023). Formulations and theoretical analysis of the one-dimensional multi-period cutting stock problem with setup cost. *European journal of operational research*, 304(2), 443–460. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2022.04.023>
- [33] de Lara Andrade, P. R., de Araujo, S. A., Cherri, A. C., & Lemos, F. K. (2021). The integrated lot sizing and cutting stock problem in an automotive spring factory. *Applied mathematical modelling*, 91, 1023–1036. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2020.10.033>
- [34] Campello, B. S. C., Ghidini, C. T. L. S., Ayres, Ao., & Oliveira, W. A. (2022). A residual recombination heuristic for one-dimensional cutting stock problems. *Top*, 30(1), 194–220. <https://doi.org/10.1007/s11750-021-00611-3>