

# ردیابی مکان و زمان رهاسازی آلاینده در رودخانه براساس مدل ترکیبی آنالیز الحاقی و بهینه‌سازی

علیرضا قانع (دانشجوی کارشناسی ارشد)

مهدی مظاهری\* (استادیار)

جمال محمدولی سامانی (استاد)

گروه سازه‌های آبی، دانشگاه تربیت مدرس

مهندسی عمران شریف، پاییز ۱۳۹۶ (۱۳۹۶)  
دربی ۲ - ۳۳، شماره ۳/۲، ص. ۳-۹۵

امروزه شناسایی منبع آلاینده‌ی ناشناخته که به محیط‌های آبی وارد می‌شود، یک مسئله‌ی چالش‌برانگیز است. شناسایی منبع آلاینده در رودخانه‌ها نیازمند ابزارهای دقیقی است. روش احتمال برگشتی، یکی از ابزارهایی است که قادر است اطلاعات قابل اطمینانی را از مکان گذشته‌ی آلاینده و زمان تخلیه‌ی آن ارائه دهد. مدل مذکور در ابتدا به منظور شناسایی منبع آلاینده در آب‌های زیرزمینی توسعه داده شده است. بنابراین یکی از اهداف پژوهش حاضر، کاربرد روش مذکور در شناسایی منبع آلاینده در آب‌های سطحی است. بر همین اساس یک مدل عددی بر پایه‌ی آنالیز الحاقی توسعه داده شده است. در بخش اول، ابتدا کاربرد مدل مذکور در رودخانه‌ی سورن انگلستان بررسی و سپس سعی شده است که کاربرد آن در شبکه‌ی رودخانه‌ها نیز بررسی شود. در پایان نتایج نشان داده است که مدل ذکرشده به خوبی قادر است فقط با یک مرتبه شبیه‌سازی، تمامی نقاط مشکوک به منبع آلاینده را شناسایی کند.

واژگان کلیدی: شناسایی منبع آلاینده، مدل احتمال برگشتی، مدل الحاقی، تخلیه‌ی ناگهانی.

## ۱. مقدمه

به صورت برگشتی در زمان و مکان از محل رصد آلاینده شروع و به تمامی مکان‌های احتمالی تعمیم داده می‌شود. در مدل احتمال بازگشتی، بارگذاری به صورت تابعی احتمالی در محل مشاهده و در همان زمان رها می‌شود. میزان احتمال رهاشده برابر واحد است. احتمال بازگشتی در زمان به سمت بالادست حرکت می‌کند. با در نظر گرفتن زمان و مکان در معادلات به صورت بازگشتی، حرکت به سمت بالادست محقق می‌شود. مکان‌های محتمل منبع آلاینده در یک زمان مشخص در گذشته براساس یک مکان تثبیت‌شده محاسبه می‌شود.

با بررسی کلی مطالعات انجام‌شده در زمینه‌ی حل بازگشتی معادله‌ی انتقال، می‌توان نتیجه گرفت که رویکرد پژوهشگران مختلف در برخورد با این مسئله از حیث روش حل به ۳ صورت قابل طبقه‌بندی است<sup>[۱]</sup> که عبارت‌اند:

۱. رویکردهای مبتنی بر روش‌های احتمالاتی و زمین‌آماری؛

۲. رویکردهای مبتنی بر روش‌های ریاضی و تحلیلی؛

۳. رویکرد مبتنی بر روش‌های شبیه‌سازی - بهینه‌سازی.

در روش‌های مبتنی بر روش‌های احتمالاتی و زمین‌آماری سعی می‌شود با استفاده از کاربرد توزیع احتمالاتی و زمین‌آماری، پاسخ مسئله بدون شبیه‌سازی‌های متعدد محاسبه شود. مدل برگشتی در هیدرولوژی آب‌های زیرزمینی برای مشخص کردن مکان اولیه‌ی رهاسازی آلاینده استفاده شده است. در سال ۱۹۹۵، مدل برگشتی

آب سطحی به عنوان یکی از مهم‌ترین منابع در دسترس انسان و همچنین به منظور حفظ حیات وحش و محیط زیست بسیار حائز اهمیت است. در حال حاضر، حیات اغلب رودخانه‌ها توسط صنایعی که در مجاورت آن‌ها قرار دارند، تهدید می‌شوند. وجود آیین‌نامه‌هایی مبنی بر جلوگیری از آلودگی آب کافی نیست و لازم است که کیفیت آب رودخانه‌ها به صورت مستمر پایش شود. چرا که برخی صنایع، قوانین را نادیده می‌گیرند و میزان قابل توجهی آلاینده را به صورت ناگهانی و حتی به صورت نامحسوس وارد رودخانه می‌کنند. محل رهاسازی آلاینده‌ی که به سیستم وارد می‌شود، باید به منظور اقدامات کنترلی به سرعت شناخته شود و در پی آن، اقدامات لازم جهت کاهش آلودگی یا مشخص شدن مسئولیت‌ها و جرایم انجام گیرد. یافتن محل رهاسازی آلاینده نزدیک به سه دهه به عنوان یک مسئله‌ی چالش‌برانگیز در سطح جهان مطرح شده است. در مسائلی که به صورت پیش‌رو مطرح می‌شود، مکان و زمان آلودگی مشخص است و هدف تعیین مکان آینه و چگونگی توزیع غلظت است. چنانچه مکان ورود آلاینده ناشناخته باشد، به منظور تعیین مکان، ناگزیر به استفاده از مدل‌های بازگشتی در زمان و مکان خواهد بود. مدل احتمال بازگشتی، مدلی است که با تکیه بر شماراندکی از داده‌های مشاهداتی قادر است به خوبی مکان و زمان رهاسازی آلاینده را تعیین کند. در مدل احتمال بازگشتی، انتقال

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۸/۸/۱۳۹۴، اصلاحیه ۱۲/۵/۱۳۹۴، پذیرش ۱۲/۴/۱۳۹۴.

پیوسته به منظور تعیین مکان اولیهی آلودگی ناگهانی رصدشده در چاه مشاهداتی، معرفی شده و با به‌کارگیری یک روش ابتکاری، مدل برگشتی پیوسته از مدل پیش‌رو استخراج و سپس برای احتمال مکانی و زمانی آن توسعه داده شده است.<sup>[۱۸]</sup>

برخی پژوهشگران نشان داده‌اند که روش احتمال مکان برگشتی و احتمال زمان پیمایش برگشتی می‌تواند به‌عنوان جزء الحاقی<sup>۱</sup> از غلظت باشد و روش ریاضی را به نام روش جزء الحاقی به‌منظور اثبات معادلات حاکم، شرایط مرزی و شرایط اولیهی مدل احتمال برگشتی ارائه کرده‌اند و نتایج حاصل از روش جزء کمکی مطابقت مناسبی با شرایط واقعی نشان داده است.<sup>[۱۹]</sup> همچنین آنان مدل احتمال برگشتی را برای حالتی که اطلاعات از چند نقطه‌ی آب‌خوان برداشت شود، گسترش داده و مسئله را با وجود چند نقطه‌ی مشاهداتی و با داده‌های واقعی صحت‌سنجی کرده‌اند.<sup>[۲۰]</sup> در مطالعاتی نیز با استفاده از روش‌های زمین آماری براساس الگوهای بیز<sup>۲</sup>، روشی به منظور بازسازی غلظت رهاسازنده از یک منبع آلاینده‌ی نقطه‌یی ارائه شده و مشخص بودن مکان رهاسازی آلاینده از مفروضات اولیه‌ی مدل یک‌بعدی مذکور بوده است.<sup>[۲۱]</sup>

در سال ۲۰۱۰، مدل احتمال برگشتی جزء الحاقی با استفاده از معادلات آب‌های کم‌عمق، در پهنه‌های آب سطحی با شرایط کاملاً یکپارچه و ماندگار به کار برده شده و سپس با استفاده از میانگین خطای نسبی *RMSE*، مدل قادر به تشخیص مکان و زمان رهاسازی در یک مرتبه‌ی شبیه‌سازی شده است.<sup>[۹]</sup> همچنین با استفاده از مدل احتمال برگشتی، منطقه‌ی تحت تأثیر چاه مشخص و روشی برای تعیین میزان آسیب‌پذیری آب‌خوان ارائه شده است. به عبارت دیگر، با استفاده از مفهوم زمان برگشتی پیمایش آلاینده، شکل کلی آب‌خوان مشخص شده است.<sup>[۱۰]</sup> برخی پژوهشگران نیز با ترکیب شبکه‌های بیزی و مدل هیدرودینامیکی، روشی را به منظور بازسازی غلظت رهاسازنده در رودخانه ارائه کرده‌اند و در آن مقادیر اولیه‌ی احتمال با استفاده از الگوریتم مونت‌کارلو تخمین زده شده است.<sup>[۱۱]</sup> در سال ۲۰۱۳ نیز روشی براساس ترکیبی از روش‌های بیزی و روش‌های مونت‌کارلو به‌منظور شناسایی منابع آلاینده با الگوی تخلیه‌ی ناگهانی در آب‌های سطحی ارائه شده است.<sup>[۱۲]</sup> پس از آن نیز مدل مذکور به صورتی ارتقاء داده شده که مدل قادر به تشخیص چند منبع آلاینده به‌صورت هم‌زمان شده است.<sup>[۱۳]</sup>

همچنین در پژوهشی در سال ۲۰۱۵، مدل احتمال برگشتی و مدل مبتنی بر روش‌های زمین آماری با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی با یکدیگر مقایسه شده و نتایج نشان داده است که روش احتمال برگشتی فقط به یک نقطه‌ی رصد با تعداد معدودی مشاهده نیاز داشته است، در حالی که مدل زمین آماری، دست‌کم به دو نقطه‌ی رصد با تعداد زیادی مشاهده نیاز دارد.<sup>[۱۴]</sup> در مطالعه‌ی دیگری با استفاده از معادله‌ی الحاقی، مدلی به منظور تعیین مکان و نرخ بهینه‌ی رهاسازی مواد مغذی به منظور پاک‌سازی آلودگی نفتی در مناطق ساحلی ارائه و نیز مدل دیگری براساس معادله‌ی الحاقی به منظور تخمین میزان انتشار آلاینده در هوا و محیط‌های کوچک به‌صورت غیرماندگار استفاده شده است.<sup>[۱۵]</sup>

همچنین مسئله‌ی شناسایی منبع آلاینده براساس روش الحاقی برای یک شبکه‌ی آب شهری توسعه داده شده و با استفاده از مدل مذکور می‌توان هرگونه تغییری را در کیفیت آب شبکه شناسایی کرد. در مدل ذکرشده از دو بسته‌ی نرم‌افزاری EPANET و BTX<sup>۳</sup> به صورت کوپل استفاده شده است.<sup>[۱۶]</sup> رویکرد دوم به‌منظور حل مسئله‌ی رویکردی تحلیلی است. عموماً روش‌های تحلیلی، معادله‌ی معکوس را مستقیماً حل می‌کنند و به همراه آن‌ها، به منظور حل مسئله‌ی بدخیم نیاز به استفاده از یک روش تنظیم است. روش‌های مذکور، هزینه‌ی محاسباتی کمتری دارند، اما در مقابل از لحاظ ریاضی پیچیدگی‌های خاص خود را دارند. در سال ۲۰۰۵، مسئله در یک

چارچوب ریاضی فرموله شده و روش ارائه‌شده قادر به بازسازی تابع غلظت رهاسازنده در شرایط رودخانه‌یی یک‌بعدی و با ضرایب ثابت بوده است.<sup>[۱۸]</sup>

پس از آن در سال ۲۰۱۲، با استفاده از تبدیل لاپلاس روشی به منظور تخمین تابع و جرم رهاسازنده، ارائه شده و مدل مذکور در ۵ رودخانه‌ی واقعی به‌کار رفته است.<sup>[۱۹]</sup> در پژوهش دیگری در همان سال، یک روش تحلیلی به منظور شناسایی منبع آلاینده‌ی نقطه‌یی و در یک بُعد ارائه شده است که نیازمند وجود اطلاعات رصدشده از دو نقطه‌ی متمایز در طول بازه‌ی رودخانه بوده است.<sup>[۲۰]</sup> روش دیگری نیز در سال ۲۰۱۴، براساس تابع پایه‌ی شعاعی<sup>۴</sup> و به منظور تخمین منبع آلاینده در رودخانه‌ها ارائه شده است.<sup>[۲۱]</sup> همچنین در سال ۲۰۱۵، مسئله‌ی برگشتی در یک چارچوب ریاضی و با استفاده از کاربرد تابع گرین حل شده و مدل پیشنهادی قادر به بازسازی غلظت رهاسازنده براساس روش تنظیم تیخونف بوده است.<sup>[۲۲]</sup>

از دیگر رویکردهای حل مسئله، رویکرد شبیه‌سازی بهینه‌سازی است. در محیط‌هایی با مقیاس‌های بزرگ روش‌های شبیه‌سازی - بهینه‌سازی پیشنهاد شده است.<sup>[۲۳]</sup> در روش‌های مذکور، یک الگوریتم بهینه‌سازی با روش‌های عددی حل جریان و انتقال ترکیب می‌شود. شبیه‌سازی تا زمانی که مدل مشخصات منبع را تخمین بزند، ادامه خواهد داشت. هزینه‌ی محاسباتی روش‌های مذکور معمولاً بالاست و پاسخ‌ها نیز با غیریکتابی روبرو هستند. در پژوهشی در سال ۲۰۱۱، با ترکیب قضیه‌ی بیز و الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک، روشی به منظور تعیین مکان رهاسازی آلاینده با الگوی تخلیه‌ی ناگهانی ارائه شده است. از مزایای روش مذکور می‌توان به کاربرد آن در شبکه‌ی رودخانه‌های با مقیاس بزرگ اشاره کرد. لازم به ذکر است از نقاط ضعف مدل ذکرشده نیاز به وجود شبکه‌یی از مانیتورهاست که اطلاعات را از تمامی طول شبکه جمع‌آوری کنند.<sup>[۲۴]</sup> در مطالعه‌ی دیگری در همان سال، مسئله با استفاده از یک الگوریتم بهینه‌سازی حل شده و با استفاده از اطلاعات آلاینده‌های رهاسازنده در گذشته و انتقال آن در محیط، مدلی براساس برازش منحنی در رودخانه‌ی یک بعدی توسعه داده شده و نتایج حاکی از آن بوده است که پارامترهای تخمین زده‌شده با داده‌های واقعی مطابقت خوبی را نشان می‌دهند.<sup>[۲۵]</sup>

در سال ۲۰۱۵ نیز یک مدل یک‌بعدی براساس روش تنظیم کمینه‌ی مربعات با استفاده از اطلاعات دریافت‌شده از حس‌گرهای زیستی ارائه شده و مدل مذکور قادر به تشخیص مکان و زمان رهاسازی آلاینده بوده است، اما کاربرد آن در شرایطی بوده است که چند نقطه‌ی برداشت در طول رودخانه موجود باشد.<sup>[۲۶]</sup> همچنین در سال ۲۰۱۶، با استفاده از الگوریتم ژنتیک روشی به منظور تخمین مشخصات آلاینده‌یی که به‌صورت ناگهانی به رودخانه تخلیه می‌شود، ارائه شده است. قابل توجه است که روش مذکور در شرایط وجود چند منبع آلاینده به‌دلیل وجود ترکیب احتمالی حالت‌های موجود، قابلیت کاربرد ندارد.<sup>[۲۷]</sup>

به منظور توسعه‌ی روشی جدید در حل مسئله‌ی تشخیص منبع آلاینده، استفاده از نقاط قوت پژوهش‌های پیشین ضروری است. همان‌گونه که پیش‌تر نیز ذکر شده است، مسئله‌ی مذکور مورد توجه بسیاری از پژوهشگران هیدرولوژی قرار گرفته و براین اساس روش‌های متنوعی نیز توسعه داده شده است. از سوی دیگر، مطالعات انجام‌شده با هدف تشخیص منبع آلاینده در زمینه‌ی آب‌های سطحی بسیار محدود است. همچنین بیشتر روش‌های توسعه داده‌شده در آب‌های سطحی نیازمند ساده‌سازی و حل مسئله در شرایط غیرواقعی هستند. مثلاً غالب روش‌های ذکرشده در بخش پیشین، قابلیت کاربرد در شرایط غیرماندگار و پیچیده‌ی رودخانه را ندارند. همچنین به‌ندرت روشی را می‌توان یافت که قابلیت کاربرد در موارد بزرگ مقیاس همچون شبکه‌ی رودخانه‌ها را داشته باشد. با نگاهی اجمالی به روش‌های توسعه داده‌شده به ویژه در آب‌های زیرزمینی می‌توان دریافت که کاربرد بسیاری از آن‌ها در شرایط

است که فقط تحت دو پدیده جابجایی و پراکندگی به سمت پایین دست انتقال می‌یابد. بنابراین معادله‌ی پدیده‌ی انتقال یک‌بعدی آلاینده همراه با جریان رودخانه تحت شرایط غیریکنواخت و غیرماندگار به صورت معادله‌ی ۱ بیان می‌شود: [۲۸]

$$\frac{\partial(AC)}{\partial t} = -\frac{\partial(QC)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}(AD\frac{\partial C}{\partial x}) \quad (۱)$$

که در آن،  $A$  سطح مقطع رودخانه،  $C$  میزان غلظت آلاینده،  $Q$  دبی رودخانه،  $D$  ضریب پراکندگی،  $t$  زمان انتقال و  $x$  بردار مکان در جهت پایین دست تعریف می‌شود. پارامترهای هیدرولیکی معادله‌ی ۱ با استفاده از یک مدل هیدرودینامیکی براساس معادله‌ی Saint-Venant محاسبه می‌شود (رابطه‌ی ۲): [۲۹]

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right) + gA\frac{\partial y}{\partial x} = gA(s_0 - s_f) \quad (۲)$$

که در آن،  $Y$  عمق جریان،  $s_0$  شیب کف،  $s_f$  به‌عنوان شیب خط انرژی تعریف می‌شود.

### ۳.۲. مدل‌سازی برگشتی

آنالیز الحاقی، یک روش بسیار قدرتمند برای تخمین حساسیت خروجی‌های مدل نسبت به ورودی‌ها در بسیاری از علوم است. به عبارت دیگر، با استفاده از روش مذکور، حساسیت خروجی‌ها نسبت به ورودی‌های با اجرای یک مرتبه شبیه‌سازی محاسبه می‌شود. روش آنالیز الحاقی در علوم مختلفی از جمله آنالیز حساسیت، بهینه‌سازی، تخمین پارامترها و آنالیز پایداری استفاده می‌شود. محوریت تمامی روش‌های ذکرشده، تابع خطی به نام تابع هدف است. تابع هدف بسته به نوع مطالعه انتخاب می‌شود. به‌عنوان مثال، تابع گرین می‌تواند به‌عنوان جزء الحاقی در نظر گرفته شود. [۳۰-۳۲]

روش جزء الحاقی، یک روش ریاضی را برای به‌دست آوردن مدل احتمال برگشتی ارائه می‌دهد. با استفاده از روش جزء الحاقی نشان داده می‌شود که مدل احتمال برگشتی به‌عنوان جزء کمکی در معادلات پیش‌رو می‌تواند استفاده شود. [۳] معادله‌ی الحاقی که به‌صورت رابطه‌ی ۳ (الف و ب) تعریف می‌شود، می‌تواند پیش‌روی جزء الحاقی  $\psi$  را در رودخانه‌ی با دبی  $Q$ ، مساحت عبور جریان  $A$  و ضریب پخشیدگی  $D$  بیان کند. با استفاده از این شیوه‌ی معادلات حاکم و شرایط مرزی، معادلات برگشتی برای رودخانه‌ی با شرایط غیریکنواخت و غیرماندگار به‌صورت رابطه‌ی ۳ (الف و ب) اثبات می‌شود:

$$\frac{\partial h}{\partial C} + \frac{\partial(\psi A)}{\partial \tau} + \frac{\partial(\psi Q)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}(AD\frac{\partial \psi}{\partial x}) = 0$$

$$\psi(x, 0) = 0$$

$$\psi(x, \tau) = 0 \quad \tau = t_{\text{final}} - t \quad (الف۳)$$

$$D\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \quad \text{at} \quad x_{\text{detection}} = 0$$

$$D\frac{\partial \psi}{\partial x} + V\psi = 0 \quad \text{at} \quad x_{\text{upstream}} \quad (ب۳)$$

که در آن،  $\tau$  زمان برگشتی است که از گام زمانی آخر به گام زمانی اول پیش می‌رود. بعد جزء الحاقی براساس ترم بارگذاری  $\partial h / \partial C$  تعیین می‌شود. لازم به ذکر است که  $h$  تابعی از تمامی متغیرهای سامانه از جمله: سرعت، دبی، سطح مقطع و ضریب پخشیدگی است. شرایط مرزی پایین دست، شرط مرزی نوع سوم و شرایط مرزی

متفاوتی از آب‌های سطحی همچنان ناشناخته است. روش احتمال برگشتی، یکی از روش‌های پرکاربرد توسعه داده‌شده‌ی حل مسئله در آب‌های زیرزمینی است که کمتر در موارد آب‌های سطحی و به ویژه رودخانه‌ها استفاده شده است. اگرچه موارد محدودی از کاربرد روش مذکور در آب‌های سطحی به چشم می‌خورد، اما تمامی پژوهشگران به کاربرد در مثال‌های فرضی یا شرایط یکنواخت و ماندگار بسنده کرده‌اند. بر همین اساس پژوهش حاضر، به دنبال حل مسئله به کمک روش احتمال برگشتی در شرایط متفاوت رودخانه شامل شرایط غیریکنواخت، غیرماندگار و کاربرد در شبکه‌ی رودخانه‌ها بوده است.

احتمال برای مکان و زمان می‌تواند مستقیماً با معادلات برگشت در زمان با جریان برگشتی محاسبه شود. در روش شبیه‌سازی مذکور، فقط یک مرتبه اجراشده‌ی احتمال برگشتی مکان محاسبه می‌شود. روش احتمال برگشتی نسبت به دیگر روش‌ها ساده‌تر، سریع‌تر و اقتصادی‌تر است و مزیت عمده‌ی آن نسبت به دیگر روش‌ها، عدم ساده‌سازی بیش از حد مسئله نسبت به واقعیت است. همچنین روش احتمال برگشتی قادر است فقط با استفاده از یک نقطه‌ی مشاهداتی، مکان و زمان رهاسازی آلاینده را به خوبی مشخص کند. مسئله در بسیاری از روش‌های بازگشتی، با غیریکتایی پاسخ‌ها روبه‌روست، اما در روش مذکور، پاسخ مسئله به‌صورت احتمال در مکان و زمان بیان می‌شود و با غیریکتایی پاسخ‌ها روبه‌رو نخواهیم بود. یکی از اهداف دنبال‌شده در پژوهش حاضر، کاربرد مدل احتمال برگشتی در تشخیص منابع آلاینده در یک رودخانه‌ی واقعی و با شرایط کاملاً غیریکنواخت است. به این منظور داده‌های مربوط به آزمایش ردیاب رودخانه‌ی سورن انگلستان استفاده شده است. در بخش دوم از پژوهش حاضر نیز سعی شده است با استفاده از یک مثال فرضی از یک شبکه‌ی رودخانه‌ی غیریکنواخت، کاربرد مدل احتمال برگشتی در شناسایی مکان و زمان رهاسازی آلاینده در شبکه‌ی رودخانه‌ها بررسی شود.

## ۲. مبانی نظری پژوهش

### ۱.۲. فرضیات

غالباً تخلیه‌ی ماده‌ی آلاینده در محیط‌های آبی به‌صورت ناگهانی است. در بسیاری از موارد مشاهده شده است که مقدار فراوانی ماده‌ی آلاینده به‌صورت تصادفی در اثر اتفاقات غیرقابل پیش‌بینی وارد رودخانه‌ها و دریاچه‌ها شده است. بر همین اساس در پژوهش حاضر، الگوی تخلیه‌ی ناگهانی از یک منبع واحد مد نظر قرار گرفته است. از سوی دیگر، هدف از پژوهش حاضر، توسعه و کاربرد مدلی مفهومی و اولیه برای حل مسئله‌ی شناسایی منبع آلاینده است. بنابراین نیاز است تا ساده‌سازی‌هایی در صورت مسئله در نظر گرفته شود. تنها ساده‌سازی مدنظر غیرقابل واکنش، فرض کردن ماده‌ی آلاینده بوده است.

### ۲.۲. مدل‌سازی انتقال و جریان

آلاینده‌ی که به رودخانه وارد می‌شود، تحت تأثیر پدیده‌هایی همچون پراکندگی، جابجایی، واکنش، نشست و جذب به سمت پایین دست منتقل می‌شود. پراکندگی و جابجایی، پدیده‌هایی ناشی از خصوصیات جریان هستند، در حالی که سایر پدیده‌های دخیل در انتقال به نوع ماده‌ی آلاینده، کیفیت و دمای آب مربوط می‌شوند. از آنجایی که هدف پژوهش حاضر، توسعه و کاربرد یک روش عددی در حل مسئله‌ی شناسایی منبع آلاینده است، بنابراین حالت ساده‌شده‌ی پدیده‌ی انتقال مدنظر قرار گرفته است. به عبارتی دیگر، فرضیه‌ی اصلی پژوهش حاضر، انتقال آلاینده‌ی غیرقابل واکنش

که در آن،  $C(x, t)$  سری زمانی غلظت در نقطه‌ی مشاهداتی،  $M$  جرم رهاسده، و  $f(x, t)$  احتمال پیش‌رو مکان در نقطه‌ی رهاسازی است. احتمال واحدی در نقطه‌ی مشاهداتی رها می‌شود. براساس مفهوم روش احتمال برگشتی<sup>[۹]</sup>، تابع چگالی احتمال برگشتی فقط در نقطه‌ی منبع آلاینده با تابع چگالی احتمال پیش‌رو برابر خواهد بود. بنابراین در نقطه‌ی که تابع چگالی احتمال پیش‌رو و تابع چگالی احتمال برگشتی برابر باشند، آن نقطه محل رهاسازی و زمان حرکت پیک احتمال برگشتی زمان رهاسازی آلاینده خواهد بود.<sup>[۳۶،۳۵]</sup>

شبیه‌سازی به منظور شناسایی محل تخلیه‌ی آلاینده انجام می‌شود. به منظور راهنمایی در روند جستجو، یک تابع هدف انتخاب می‌شود.<sup>[۱۱]</sup> در مطالعه‌ی حاضر، خطای میانگین مربعات به‌عنوان تابع هدف انتخاب شده است، که به منظور کمینه‌سازی تفاوت بین مقادیر تابع چگالی احتمال پیش‌رو (مشاهداتی) و تابع چگالی احتمال برگشتی (محاسبه‌شده) استفاده شده است (رابطه‌ی ۱۰):

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (f - P)^2}{n}} \quad (10)$$

که در آن،  $RMSE$  در تمام نقاط رودخانه محاسبه و نقطه‌ی که در آن  $RMSE$  کمینه می‌شود، به‌عنوان نقطه‌ی رهاسازی آلاینده معرفی می‌شود.

#### ۴.۲. مدل‌سازی عددی

به منظور محاسبه‌ی مقادیر احتمال به‌صورت پیش‌رو و برگشتی، یک مدل عددی توسعه داده شده بر پایه‌ی حل عددی معادله‌ی ۳ استفاده شده است. مدل عددی مذکور براساس روش حجم محدود است و از الگوی صریح مرکزگر در زمان و مکان استفاده می‌کند. لازم به توضیح است که به منظور محاسبه‌ی پارامترهای هیدرولیکی، از یک مدل هیدرودینامیکی بر پایه‌ی معادله‌ی ۲ استفاده شده است.<sup>[۳۷]</sup>

### ۳. کاربرد مدل احتمال برگشتی در شرایط واقعی (مطالعه‌ی موردی رودخانه‌ی سورن)

با توجه به اینکه در مطالعات پیشین کاربرد مدل احتمال برگشتی در شرایط یک رودخانه‌ی واقعی و کاملاً غیریکنواخت بررسی نشده است، بنابراین یکی از مهم‌ترین اهداف پژوهش حاضر، به‌کارگیری این مدل در شناسایی منبع آلاینده در یک رودخانه‌ی واقعی است. در همین راستا، داده‌های حاصل از آزمایش ردیاب در رودخانه‌ی سورن<sup>۶</sup> انگلستان و در طول ۱۴ کیلومتر استفاده و در طی آزمایش، یک کیلوگرم ماده‌ی ردیاب رودامین<sup>۷</sup> از بالادست به رودخانه تزریق شده است.<sup>[۳۴]</sup> استفاده از این ماده به‌عنوان ماده‌ی ردیاب به منظور تعیین نرخ انتقال و جهت جریان در محیط‌های آبی بسیار رایج است. رودامین ماده‌ی غیرقابل واکنش است که به راحتی در آب قابل حل است. اندازه‌گیری این ماده نسبتاً ارزان‌قیمت و به راحتی قابل انجام بوده است. از دیگر خواص آن، عدم وجود در حالت طبیعی در محیط‌های آبی است. نمونه‌برداری از ۶ ایستگاه در فواصل بین ۲۱۰ تا ۱۳۷۷۵ انجام شده است. شکل شماتیک رودخانه در شکل ۱ نشان داده شده است. مکان و شرایط هیدرولیکی این نقاط در جدول ۱ شرح داده شده است.

شرایط هیدرولیکی در محل تزریق تقریباً ماندگار بوده است. می‌توان شرایط هیدرولیکی را نسبت به زمان ثابت فرض کرد. به عبارت دیگر، در طول مدت آزمایش شرایط جریان ماندگار و غیریکنواخت بوده است. جریان آب زیرزمینی در طول

بالادست، شرط مرزی نوع اول (گرادیان صفر) در نظر گرفته می‌شود (رابطه‌ی ۳) با در نظر گرفتن بارگذاری ناگهانی در رودخانه، ترم بارگذاری  $(\partial h / \partial C)$  به وسیله‌ی تابع دلته‌ی دیراک تخمین زده می‌شود. ترم بارگذاری به دلیل ناگهانی بودن تخلیه می‌تواند به‌نوعی به‌صورت شرایط اولیه در نظر گرفته شود. می‌توان شرایط ابتدایی معادله‌ی الحاقی را به‌صورت رابطه‌ی ۴ تعریف کرد:<sup>[۳۲]</sup>

$$\frac{\partial h}{\partial C} = \delta(x_1 - x_d)\delta(t - t_0) \quad (4)$$

در زمان رهاسازی، جزء الحاقی با توجه به حجم سلول بارگذاری به‌صورت رابطه‌ی ۵ تخمین زده می‌شود:

$$\psi_x^*(x_1, 0) = \delta(x_1 - x_{\text{detection}}) = \frac{1}{A_1 \Delta x} \quad \text{Otherwise } \psi_x^*(x, 0) = 0 \quad (5)$$

با توجه به اینکه در لحظه‌ی شروع، آلاینده با احتمال ۱۰۰٪ در نقطه‌ی مشاهداتی وجود دارد، بنابراین احتمال وجود آلاینده در لحظات ابتدایی برابر ۱ خواهد بود. به عبارت دیگر، احتمال برگشتی مکان در سلول مشاهداتی به صورتی آزاد می‌شود که مساحت زیر نمودار احتمال رهاسده  $1/A_1 dx$  نسبت به زمان برابر واحد  $1/A_1$  باشد. احتمال در تعدادی از گام‌های زمانی ( $n$ ) رها می‌شود تا سطح زیر نمودار برابر ۱ شود:

$$n \Delta t V \frac{1}{A \Delta x} = \frac{1}{A} \quad (6)$$

پس از حل معادله‌ی الحاقی، مقادیر احتمال برگشتی مکان با استفاده از معادله‌ی ۷ حاصل می‌شود:

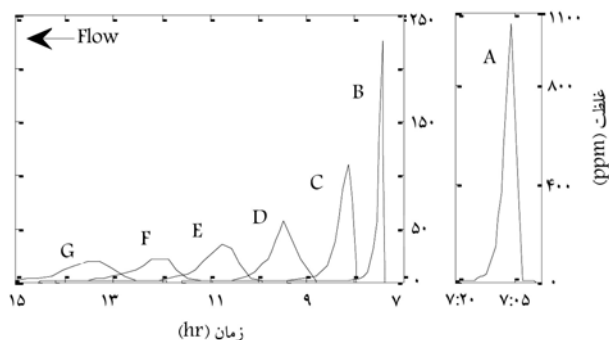
$$f_x(x; \tau) = A_x \psi_x^*(x, \tau) \quad [f_x] = \frac{1}{L} \quad (7)$$

که در آن، احتمالی با مقدار واحد در نقطه‌ی مشاهداتی رها می‌شود. سپس احتمال در جهت عکس به سمت بالادست حرکت می‌کند. به‌منظور استفاده از این مدل در رودخانه باید میدان جریان معکوس شود. به‌عبارت دیگر جهت تمامی پارامترهای مربوط به میدان جریان (دبی و سرعت) معکوس می‌شود. چنانچه جریان ماندگار باشد، فقط جهت جریان معکوس می‌شود؛ و چنانچه جریان غیرماندگار باشد، علاوه بر معکوس شدن جریان، گام‌های زمانی نیز از انتها به ابتدا در مدل استفاده می‌شوند. به عبارت دیگر، شبیه‌سازی به سمت بالادست و در جهت عکس جریان واقعی آغاز می‌شود. پس از یک مرتبه شبیه‌سازی، احتمال برگشتی با استفاده از معادله‌ی ۸ قابل محاسبه است. لازم به ذکر است که بارگذاری با استفاده از تابع دلته‌ی دیراک تقریب زده می‌شود:

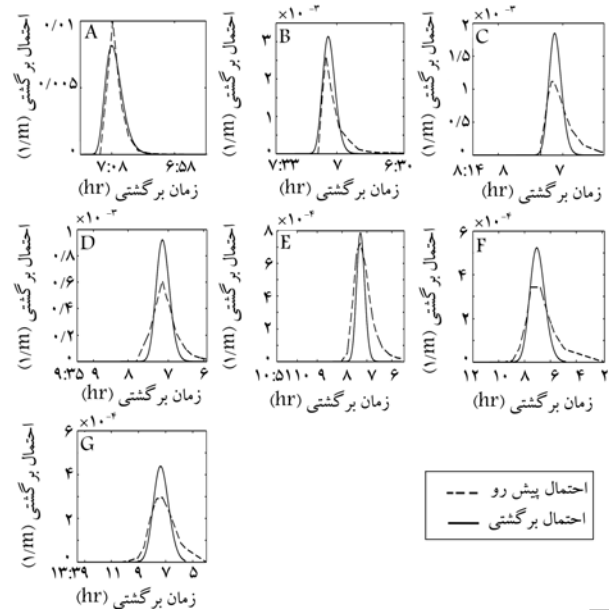
$$(p_i)_{\text{Location}} = \psi_{\tau} A_{\tau} \quad (8)$$

از احتمال برگشتی مکان برای شناسایی مکان و زمان رهاسازی استفاده می‌شود. سری‌های زمانی غلظت در نقطه‌ی مشاهداتی به وسیله‌ی کل جرم مشاهده‌شده نرمال می‌شود. نتیجه‌ی حاصل از نرمال‌سازی غلظت نسبت به جرم آلاینده‌ی رهاسده، تابع چگالی احتمال پیش‌رو<sup>۵</sup> تعریف می‌شود (رابطه‌ی ۹):

$$f(x, t) = A_{\text{detection}} \frac{C(x, t)}{M} \quad M = Q_{\text{detection}} \int_0^T C(x_{\text{detection}}, t) dt \quad (9)$$



شکل ۲. سری‌های زمانی غلظت در تمامی ایستگاه‌ها.



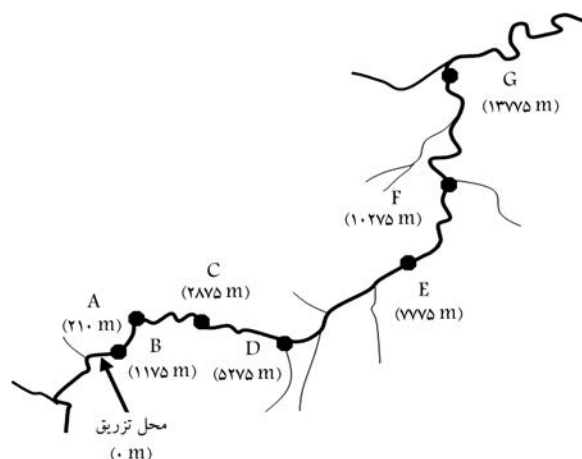
شکل ۳. نتایج شبیه‌سازی برگشتی و تعیین زمان رهاسازی ماده‌ی ردیاب.

### ۲.۳. نتایج آزمایش

در شکل ۲، سری‌های زمانی غلظت مشاهده شده در تمامی ایستگاه‌ها نمایش داده شده است.<sup>[۳۴]</sup> در پژوهش حاضر، هر ایستگاه به عنوان یک نقطه‌ی مشاهداتی در مدل احتمال برگشتی تنظیم شده و سپس شبیه‌سازی برگشتی، از این نقاط به سمت بالادست اجرا شده است. به عبارت دیگر، هر نقطه‌ی نمونه برداری می‌تواند به عنوان یک تابع چگالی احتمال پیش رو باشد.

### ۳.۳. ردیابی منبع آلاینده در رودخانه‌ی سورن

شبیه‌سازی برگشتی یک بار از هر ایستگاه به سمت بالادست اجرا می‌شود. نتایج در شکل ۳ نمایش داده شده است. شبیه‌سازی برگشتی می‌تواند نتایج دقیق و کاربردی همچون زمان رهاسازی، مکان رهاسازی و مقدار ماده‌ی آلاینده را ارائه دهد. خلاصه‌یی از این نتایج در جدول ۲ نمایش داده شده است. لازم به ذکر است که مکان واقعی رهاسازی آلاینده به عنوان مبدأ ( $x = 0$ ) در نظر گرفته شود. با توجه به ستون چهارم از جدول ۲ مشخص است که مدل احتمال برگشتی با خطای بیشینه‌ی ۱۴ دقیقه زمان رهاسازی آلاینده را در شرایط غیریکنواخت یک رودخانه‌ی واقعی به خوبی پیش‌بینی کرده است.



شکل ۱. شکل شماتیک رودخانه‌ی سورن و موقعیت قرارگیری ایستگاه‌ها.

جدول ۱. خصوصیات هیدرولیکی جریان در نقاط نمونه برداری.

ایستگاه	فاصله از نقطه‌ی تزریق (m)	مساحت مقطع (m <sup>2</sup> )	دبی (m <sup>3</sup> /s)	سرعت (m/s)
نقطه‌ی تزریق	۰	۱۰,۶۲	۷,۳۳	۰,۶۹
A	۲۱۰	۱۰,۶۲	۷,۳۳	۰,۶۹
B	۱۱۷۵	۹,۱۳	۷,۰۳	۰,۷۷
C	۲۸۷۵	۱۰,۸۱	۷,۲۴	۰,۶۷
D	۵۲۷۵	۱۰,۵۸	۹,۵۱	۰,۷۱
E	۷۷۷۵	۲۲,۵۶	۹,۲۵	۰,۴۱
F	۱۰۲۷۵	۱۳,۸	۹,۲۵	۰,۷۱
G	۱۳۷۷۵	۱۳,۸	۱۰	-

مسیر به رودخانه اضافه می‌شود. بنابراین دبی به صورت مشخص در طول رودخانه افزایش یافته است. عرض رودخانه بین ۱۳ تا ۴۸ متر متغیر بوده است. در محل ایستگاه نمونه برداری E عرض جریان دچار تغییر شدیدی می‌شود. همچنین عمق متوسط ۵۳ سانتی‌متر، با دامنه‌ی تغییرات ۱۸ سانتی‌متر است. در دو ناحیه به طول چند ۱۰۰ متر، شاخه‌ی فرعی باریکی وجود دارد که مساحت جریان در آن‌ها اندازه‌گیری نشده است.<sup>[۳۴]</sup> مقادیر ضریب پراکندگی با استفاده از رابطه‌ی Fisher محاسبه شده است.

### ۱.۳. تزریق و نمونه برداری

آزمایش در ساعت ۷:۰۷ صبح دوم آوریل سال ۱۹۷۸ شروع شده و آخرین نمونه برداری در ساعت ۱۶:۳۰ همان روز به پایان رسیده است. ۱۰۰۰ گرم رودامین ۲۰٪ رقیق شده به وسیله‌ی ۵ لیتر آب مقطر به رودخانه تزریق می‌شود. تزریق به صورت ناگهانی انجام شده است. به صورتی که ماده‌ی ردیاب توسط شخصی که با سرعت ثابت روی پل قدم می‌زند، در عرض رودخانه به جریان وارد می‌شود. این فرایند در مدت ۱۰۵ ثانیه انجام شده است. نمونه برداری به صورت دستی انجام شده و همچنین فواصل نمونه برداری به ایستگاه‌ها وابسته است. در ایستگاه‌های بالادست، فواصل نمونه برداری کوتاه‌تر از ایستگاه‌های پایین دست است.<sup>[۳۴]</sup>

جدول ۲. تخمین مکان و زمان رهاسازی آلاینده.

ایستگاه	مکان تخمین زده شده نسبت به محل رهاسازی (متر)	خطای تخمین مکان (%)	زمان رهاسازی تخمین زده شده (زمان واقعی ۷:۰۷)
A	-۲۰	۷	۷:۰۸
B	-۲۵	۲	۷:۰۵
C	-۷۵	۴	۷:۰۴
D	-۱۰۵۵	۱۲	۷:۰۵
E	-۸۰۵	۶	۷:۱۱
F	-۱۰۷۵	۶	۷:۰۲
G	-۱۰۱۵	۴	۷:۲۱

جدول ۳. خصوصیات جریان در شبکه‌ی رودخانه.

رودخانه	شاخه	دبی (m <sup>3</sup> /s)	سطح مقطع (m <sup>2</sup> )
۱	۱	۳	۳,۱۸
۱	۱	۳	۲,۰۹
۲	۱	۸	۳,۴۴
۲	۱	۸	۲,۲۳
۱	۲	۵	۱۲,۹۸
۱	۲	۵	۵,۱۸
۳	۱	۴	۵,۶۷
۳	۱	۴	۵,۴۱
۴	۱	۸	۸,۷۳
۴	۱	۸	۶,۲۳
۳	۲	۲۰	۷,۱۸
۳	۲	۲۰	۹,۸۷
۵	۱	۱۰	۲۹,۳۶
۵	۱	۱۰	۱۴,۴۰
۱	۴	۳۰	۱۱,۵
۱	۴	۳۰	۱۸,۴۵

جدول ۴. محل و زمان تزریق در هر ۳ آزمایش.

شماره آزمایش	رودخانه	زمان رهاسازی	مکان رهاسازی (نسبت به پایین دست km)	جرم رهاساده
۱	۱-۱	۶:۰۰	۱,۵۸	۱
۲	۱-۲	۱۲:۰۰	۱	۵
۳	۳-۱	۱۸:۰۰	۰,۳۸	۲

مختلف و در سه زمان متفاوت آزاد می‌شود. محل تخلیه از پایین دست هر بخش از رودخانه در نظر گرفته شده است. در تمامی آزمایش‌ها، نقطه‌ی مشاهده در انتهای بخش چهارم از رودخانه‌ی یک قرار داشته و محل و زمان رهاسازی در جدول ۴ نشان داده شده است.

#### ۲.۴. شبیه‌سازی پیش‌رو

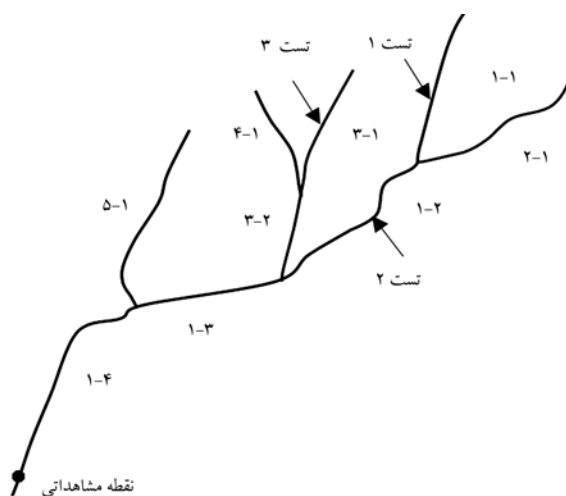
به منظور محاسبه‌ی سری زمانی غلظت در نقطه‌ی مشاهده‌ی یک کد عددی پیش‌رو استفاده شده است. کد عددی مذکور براساس روش حجم کنترل و با الگوی

#### ۴. ردیابی آلودگی در شبکه‌ی رودخانه

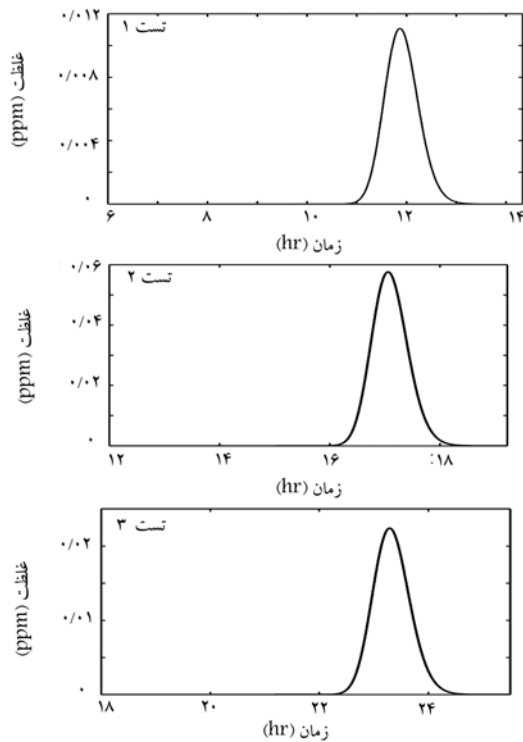
در بخش پیش، توانایی مدل احتمال برگشتی در تعیین مکان و زمان رهاسازی آلاینده به اثبات رسیده است. در بخش حاضر نشان داده شده است که مدل مذکور توانایی شناسایی منبع آلاینده در یک شبکه‌ی رودخانه را نیز دارد. به همین منظور شبکه‌ی فرضی متشکل از چند رودخانه با شرایط کاملاً غیریکنواخت استفاده شده است. شبکه‌ی رودخانه شامل ۱ رودخانه‌ی اصلی و ۵ شاخه‌ی فرعی است. شمای کلی شبکه‌ی رودخانه به صورت شکل ۴ است. در این مثال به منظور محک زدن توانایی مدل سعی شده است در حد امکان، دامنه‌ی تغییرات پارامترهای هیدرولیکی بزرگ در نظر گرفته شود. خصوصیات جریان و پارامترهای هیدرولیکی شبکه‌ی رودخانه در جدول ۳ نشان داده شده است. دبی و سطح مقطع عبور جریان در ابتدا و انتهای هر شاخه از شبکه در جدول مذکور نشان داده شده است. هیدرولیک جریان شبکه‌ی رودخانه با استفاده از مدل هیدرودینامیکی و براساس روش گام استاندارد محاسبه شده است. دبی و سطح مقطع تمامی شاخه‌ها با فواصل ۲۰ متری از مدل هیدرودینامیکی استخراج و به مدل احتمال برگشتی وارد شده است.

#### ۱.۴. تخلیه‌ی آلودگی به شبکه‌ی رودخانه

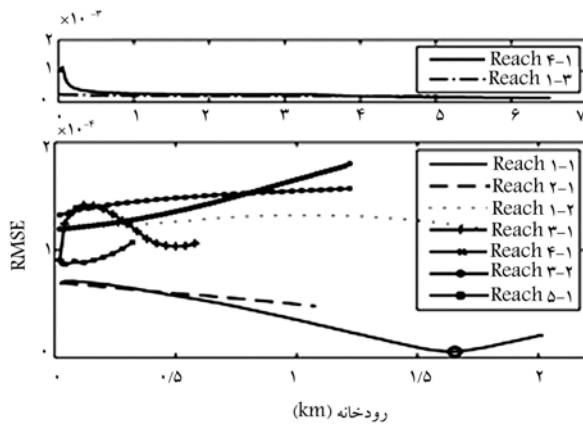
به منظور محک زدن توانایی مدل، آلاینده طی سه آزمایش متفاوت از سه نقطه‌ی



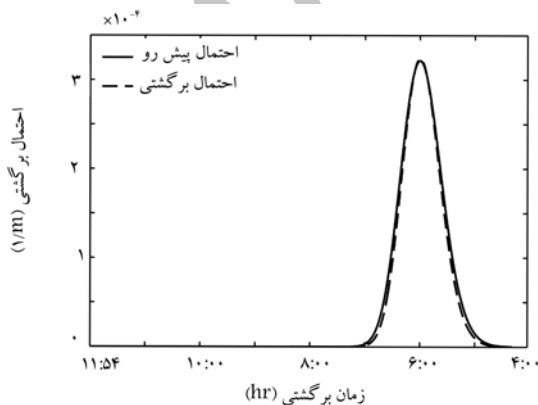
شکل ۴. شمای کلی شبکه‌ی رودخانه.



شکل ۵. نتایج پیش رو حاصل از تخلیه‌ی آلاینده در شبکه‌ی رودخانه.



شکل ۶. مقادیر  $RMSE$  محاسبه شده در تمامی شاخه‌ها در آزمایش ۱.



شکل ۷. مقایسه‌ی تابع چگالی احتمال در نقطه‌ی مشاهداتی و نقطه‌ی مشکوک به منبع آلاینده در آزمایش ۱.

صریح است. غلظت در نقطه‌ی مشاهده برای هر ۳ آزمایش در شکل ۵ مشاهده می‌شود. در هر نقطه‌ی اتصال، غلظت با استفاده از رابطه‌ی بالاس جرم (رابطه‌ی ۱۱) محاسبه می‌شود. زمان رسیدن پیک غلظت در هر ۳ آزمایش به ترتیب برابر است با: ۲۱۱۲۰، ۱۹۰۵۰ و ۱۸۲۰۰ ثانیه پس از رهاسازی. به عبارت دیگر، شدت غلظت به ترتیب در ساعت‌های ۱۱:۵۴، ۱۷:۱۷ و ۲۳:۰۳ مشاهده شده است. حال با استفاده از سری‌های زمانی مذکور، منبع آلاینده و زمان آن محاسبه خواهد شد.

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$

$$C_1 Q_1 + C_2 Q_2 = Q_3 C_3 \quad (11)$$

### ۳.۴. ردیابی منبع آلاینده

مدل برگشتی فقط یک مرتبه برای تمامی رودخانه اجرا می‌شود. در شبکه‌ی رودخانه‌ها، یک احتمال واحد در نقطه‌ی مشاهده رها می‌شود. پس از رهاسازی احتمال واحد، احتمال به سمت بالادست و در خلاف جهت جریان حرکت می‌کند. پس از رسیدن احتمال به نقاط اتصال، احتمال فقط در یک شاخه حرکت می‌کند. مسئله براین فرض استوار است که فقط یک منبع آلاینده وجود دارد. بنابراین به منظور محاسبه‌ی احتمال در نقاط اتصال از رابطه‌ی ۱۲ استفاده شده است. پس از محاسبه‌ی احتمال برای تمامی شاخه‌ها، با استفاده از روش بهینه‌سازی شرح داده شده در بخش مبانی نظری مکان و زمان رهاسازی برای هر ۳ آزمایش محاسبه شده است. در هر ۳ آزمایش،  $RMSE$  در تمامی شاخه‌ها محاسبه شده است. سپس نقطه‌ی که  $RMSE$  کمینه‌ی مقدار خود را داشته باشد، به عنوان مکان رهاسازی و زمان حرکت پیک احتمال تا نقطه‌ی مذکور به عنوان زمان رهاسازی معرفی شده است.

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$

$$P_1 Q_1 + P_2 Q_2 = P_3 Q_3$$

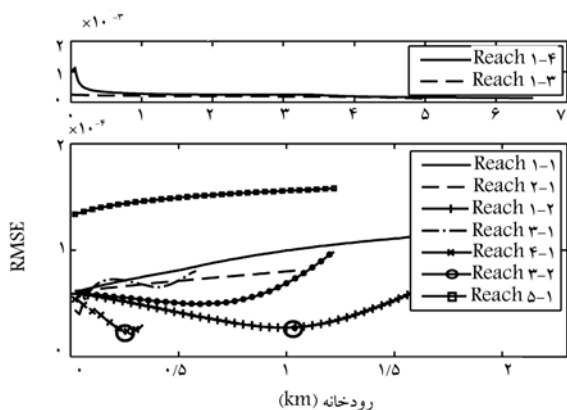
$$P_2 = 0 \rightarrow P_2 = \frac{Q_1}{Q_2} P_1 \quad (12)$$

### ۱.۳.۴. آزمایش ۱

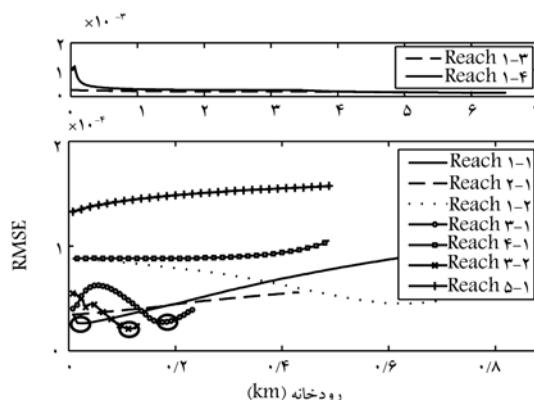
در آزمایش ۱، مقادیر  $RMSE$  در تمامی شاخه‌ها با فواصل مکانی ۲۰ متر محاسبه شده است. مقادیر  $RMSE$  شبکه‌ی رودخانه در آزمایش ۱ در شکل ۶ نشان داده شده است. به وضوح مشخص است که  $RMSE$  در نقطه‌ی ۱/۶۴ کیلومتری از پایین دست شاخه‌ی ۱-۱ به میزان کمینه بوده است. در آزمایش ۱، تنها نقطه‌ی مشکوک در ۱/۶۴ کیلومتری شاخه‌ی ۱-۱ است. بنابراین به طور قطع می‌توان نقطه‌ی مورد نظر را به عنوان مکان رهاسازی معرفی کرد. تابع چگالی احتمال پیش رو (سری زمانی غلظت نرمال شده در نقطه‌ی مشاهده) با تابع چگالی احتمال برگشتی در نقطه‌ی ۱/۶۴ کیلومتری شاخه‌ی ۱-۱ در شکل ۷ مقایسه شده است. که مطابق آن، شبیه‌سازی به صورت برگشت در زمان انجام شده و نتیجتاً مدل، زمان رهاسازی آلاینده را ساعت ۶:۰۳ تخمین زده است.

### ۲.۳.۴. آزمایش ۲

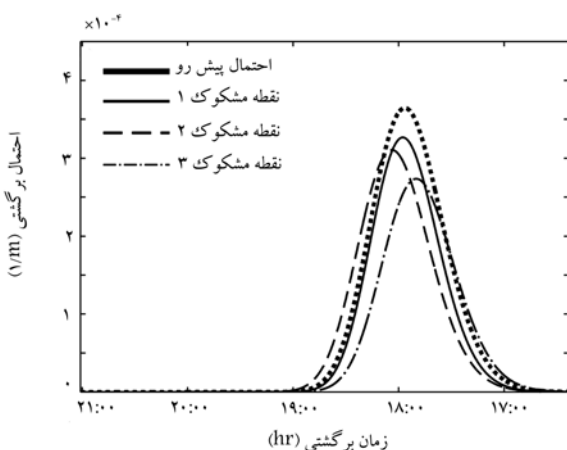
مقادیر  $RMSE$  در طی تست ۲ در شکل ۸ نشان داده شده است. در آزمایش ۲، دو نقطه‌ی مشکوک به منبع آلاینده وجود دارد. نقاط مذکور عبارتند از: ۰/۲۶۰ کیلومتری از شاخه‌ی ۴-۱ و همچنین ۰/۹۸۰ کیلومتری از شاخه‌ی ۱-۲ در شکل ۸، احتمال پیش رو و احتمال برگشتی در نقاط مشکوک نشان داده شده است.



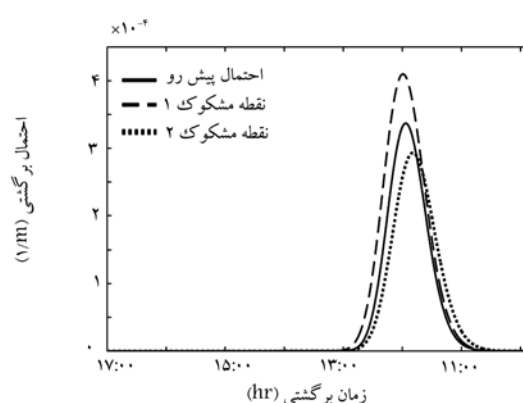
شکل ۱. مقادیر  $RMSE$  محاسبه شده در تمامی شاخه‌ها در آزمایش ۳.



شکل ۸. مقادیر  $RSME$  محاسبه شده در تمامی شاخه‌ها در آزمایش ۲.



شکل ۱۰. مقایسه‌ی تابع چگالی احتمال در نقطه‌ی مشاهداتی و نقطه‌ی مشکوک به منبع آلاینده در آزمایش ۳ (نقطه‌ی مشکوک اول  $0.7060$  کیلومتری شاخه‌ی ۱-۱ ره‌اشده در  $17:45$ ، نقطه‌ی مشکوک دوم  $0.7440$  کیلومتری شاخه‌ی ۳-۱ ره‌اشده در  $17:45$ ، نقطه‌ی مشکوک سوم  $0.7280$  کیلومتری شاخه‌ی ۴-۱ ره‌اشده در  $18:07$ ).



شکل ۹. مقایسه‌ی تابع چگالی احتمال در نقطه‌ی مشاهداتی و نقطه‌ی مشکوک به منبع آلاینده در آزمایش ۲.

شکل ۱۱. مقایسه‌ی تابع چگالی احتمال در نقطه‌ی مشاهداتی و نقطه‌ی مشکوک به منبع آلاینده در آزمایش ۳ (نقطه‌ی مشکوک اول  $0.7060$  کیلومتری شاخه‌ی ۱-۱ ره‌اشده در  $17:45$ ، نقطه‌ی مشکوک دوم  $0.7440$  کیلومتری شاخه‌ی ۳-۱ ره‌اشده در  $17:45$ ، نقطه‌ی مشکوک سوم  $0.7280$  کیلومتری شاخه‌ی ۴-۱ ره‌اشده در  $18:07$ ).

زمان ره‌اسازی آلاینده نیز به ترتیب برای نقطه‌ی  $0.7260$  کیلومتری از شاخه‌ی ۴-۱ و  $0.7980$  کیلومتری از شاخه‌ی ۱-۲ برابر است با  $11:53$  و  $12:01$  مشخص است که منبع واقعی ره‌اسازی آلاینده نقطه‌ی ۱ کیلومتری از شاخه ۱-۲ و زمان ره‌اسازی  $12:00$  است (شکل ۹). بنابراین مدل احتمال برگشتی، مکان و زمان ره‌اسازی آلاینده را با دقت بسیار خوبی پیش‌بینی کرده است. علاوه بر آن، نقطه‌ی مشکوک دیگری را به عنوان منبع آلاینده معرفی کرده است. به منظور حصول اطمینان از اینکه آیا نقطه‌ی دوم نیز می‌تواند منبع آلاینده باشد یا خیر، مقدار  $5$  کیلوگرم ماده‌ی آلاینده از همان نقطه و در زمان  $11:5$  به سمت پایین دست رها می‌شود. سری زمانی غلظت آلاینده‌ی ره‌اشده از نقطه‌ی  $0.7260$  کیلومتری شاخه‌ی ۴-۱ کاملاً شبیه به سری زمانی غلظت ره‌اشده از نقطه‌ی ۱ کیلومتری شاخه‌ی ۱-۲ است (شکل ۵ ب). به عبارت دیگر در آزمایش ۲، دو نقطه‌ی احتمالی ره‌اسازی آلاینده وجود دارد که هر یک در زمان‌های متفاوتی آلاینده را به شبکه تزریق کرده‌اند. بنابراین می‌توان گفت آزمایش ۲، دو پاسخ کاملاً صحیح دارد.

## ۵. نتیجه‌گیری

رودخانه‌ها نسبت به آلودگی‌های شیمیایی ناشی از صنایع و کشاورزی که اغلب به صورت ناگهانی به رودخانه وارد می‌شوند، بسیار آسیب‌پذیر هستند. تشخیص مکان و زمان ره‌اسازی آلاینده‌ی که به صورت ناگهانی به رودخانه وارد می‌شود، براساس اطلاعات دریافت شده از نقطه‌ی مشاهداتی بسیار حائز اهمیت است. چرا که باعث کمینه‌سازی خسارت‌ها و حفظ منابع آبی خواهد شد. در پژوهش حاضر، از مدل

همان‌گونه که در شکل ۱۰ مشخص است، نقطه‌ی مشکوک به منبع آلاینده در آزمایش ۳ وجود دارد. مقادیر  $RMSE$  در این ۳ نقطه از سایر نقاط کمتر است. سه نقطه‌ی مذکور عبارت‌اند از:  $0.7060$  کیلومتری از شاخه‌ی ۱-۱،  $0.7440$  کیلومتری از شاخه‌ی ۳-۱ و  $0.7280$  کیلومتری از شاخه‌ی ۴-۱. مقایسه‌ی مقادیر تابع چگالی احتمال پیش‌رو و برگشتی در شکل ۱۱ به نمایش درآمده است. همچنین زمان ره‌اسازی از هر نقطه به ترتیب برابر است با:  $17:45$  از شاخه‌ی ۱-۱،  $18:07$  از

استفاده شده است. در پژوهش حاضر، مدل احتمال برگشتی برای رودخانه‌بی با شرایط غیریکنواخت استفاده شده است. با توجه به نتایج به‌دست آمده در بخش قبل، به خوبی مشخص است که مدل احتمال برگشتی، توانایی تشخیص مکان و زمان رهاسازی آلاینده را در شبکه‌ی رودخانه با شرایط غیریکنواخت رودخانه دارد. مزیت عمده‌ی روش مذکور نسبت به دیگر روش‌ها، عدم ساده‌سازی بیش از حد مسئله نسبت به واقعیت است. در بسیاری از روش‌های بازگشتی، مسئله با غیریکتابی پاسخ‌ها روبه‌روست. در روش احتمال برگشتی جواب مسئله به‌صورت احتمال در مکان و زمان بیان می‌شود و با غیریکتابی پاسخ‌ها روبه‌رو نخواهد بود. روش احتمال برگشتی نسبت به سایر روش‌های بازگشتی، به ویژه روش‌های شبیه‌سازی - بهینه‌سازی، سرعت تشخیص منبع آلاینده است. چراکه فقط با یک بار اجرای برنامه، محل دقیق آلاینده مشخص شده است و نیازی به اجرای متعدد مدل نیست.

احتمال برگشتی (توسعه داده‌شده در آب زیرزمینی) به‌منظور شناسایی منبع آلاینده‌ی ناگهانی در شبکه‌ی رودخانه با شرایط کاملاً غیریکنواخت استفاده شده است. همچنین مدل احتمال برگشتی زمان پیمایش و مدل احتمال برگشتی مکان آلاینده، در شرایطی که داده‌های مشاهداتی محدودتر باشد، مؤثرتر است. نقطه‌ی قوت مدل برگشتی این است که به‌آزاء هر مشاهده فقط یک معادله حل می‌شود. مدل برگشتی زمان پیمایش وابسته به شار غلظت است، در حالی که مدل برگشتی مکان به غلظت وابسته است. هزینه‌ی محاسباتی روش احتمال برگشتی به دلیل حل تعداد معدودی معادله‌ی پراکندگی، بسیار پایین است و در روش مذکور، فقط مشاهده‌ی آلاینده در نقطه‌ی مشاهداتی کفایت می‌کند. مدل مذکور با توجه به داده‌های موردنیاز ورودی، دقت بسیار بالایی دارد. در بسیاری از مطالعات پیشین، مدل احتمال برگشتی در آب‌های زیرزمینی

## پانویس‌ها

1. adjoint state
2. bayesian approach
3. back tacking model
4. radial basis function
5. forward location probability
6. severn river
7. rohdamine

## منابع (References)

1. Mazaheri, M. "Mathematical model of pollution source identification in river: reconstruction of location and release history of sources", PhD Thesis, Tarbiat Modares University, *Water Structures Department* (In Persian) (2011).
2. Liu, J.J. *Travel Time and Location Probabilities for Groundwater Contaminant Source*, S.N.M. Inst. of Mining and Technology, Socorro (1995).
3. Neupauer, R.M. and Wilson, J.L. "Adjoint method for obtaining backward-in-time location and travel time probabilities of a conservative groundwater contaminant", *Water Resour. Res.*, **35**(11), pp. 3389-3398 (Nov 1999).
4. Neupauer, R.M., Borchers, B. and Wilson, J.L. "Comparison of inverse methods for reconstructing the release history of a groundwater contamination source", *Water Resour. Res.*, **36**(9), pp. 2469-2475 (Sep 2000).
5. Neupauer, R.M. and Wilson, J.L. "Adjoint-derived location and travel time probabilities for a multidimensional groundwater system", *Water Resour. Res.*, **37**(6), pp. 1657-1668 (Jun 2001).
6. Neupauer, R.M. and Wilson, J.L. "Backward probability model using multiple observations of contamination to identify groundwater contamination sources at the Massachusetts Military Reservation", *Water Resources Res.*, **41**(2), 14 p. (Feb 2005).
7. Boano, F., Revelli, R. and Ridolfi, L. "Stochastic modelling of DO and BOD components in a stream with random inputs", *Adv. Water Resour.*, **29**(9), pp. 1341-1350 (Sep 2006).
8. Boano, F., Revelli, R. and Ridolfi, L. "Source identification in river pollution problems: A geostatistical approach", *Water Resour. Res.*, **41**(7), 13 p. (Jul 2005).
9. Cheng, W.P. and Jia, Y. "Identification of contaminant point source in surface waters based on backward location probability density function method", *Adv. Water Resour.*, **33**(4), pp. 397-410 (Apr 2010).
10. Molson, J.W. and Frind, E.O. "On the use of mean groundwater age, life expectancy and capture probability for defining aquifer vulnerability and time-of-travel zones for source water protection", *J. Contam. Hydrol.*, **127**(1-4), pp. 76-87 (Jan 2012).
11. Yang, H., Shao, D., Liu, B., Huang, J. and Ye, X. "Multi-point source identification of sudden water pollution accidents in surface waters based on differential evolution and metropolis-hastings-markov chain Monte Carlo", *Stoch. Environ. Res. Risk Assess.*, **30**(2), pp. 507-522 (Dec 2015).
12. Song, Z., Guo-hua, L., Li-zhong, W., Mao Gen-hai, C.W. and Yue-fei, H. "A bayesian approach for the identification of pollution source in water quality model coupled with hydrodynamics", *J. Sichuan Univ.*, **560-561**, pp. 44-54 (2011).
13. Yang, H.D., Shao, D.G. and Liu, B.Y. "A new traceability method for sudden water pollution accidents", *Adv. Mater. Res.*, **807-809**, pp. 1570-1574 (Sep 2013).
14. Cupola, F., Tanda, M.G. and Zanini, A. "Laboratory sandbox validation of pollutant source location methods", *Stoch. Environ. Res. Risk Assess.*, **29**(1), pp. 169-182 (2015).
15. Parra-Guevara, D. and Skiba, Y.N. "A linear-programming-based strategy for bioremediation of oil-polluted marine environments", *Environ. Model. Assess.*, **18**(2), pp. 135-146 (2013).

16. Parra-Guevara, D. and Skiba, Y.N. "Adjoint approach to estimate the non-steady emission rate of a point source", *J. Eng. Res. Appl.*, **3**(6), pp. 763-776 (2013).
17. Wagner, D.E., Neupauer, R.M. and Cichowitz, C. "Adjoint-based probabilistic source characterization in water-distribution systems with transient flows and imperfect sensors", *J. Water Resour. Plan. Manag.*, **141**(9) (Sep 2015).
18. El Badia, A., Ha-Duong, T. and Hamdi, A. "Identification of a point source in a linear advection-dispersion-reaction equation: application to a pollution source problem", *Inverse Probl.*, **21**(3), pp. 1121-1136 (Jun 2005).
19. Tong, Y. and Deng, Z. "Moment-based method for identification of pollution source in rivers", *J. Environ. Eng.*, **141**(10) (Oct 2015).
20. Wang, Z. and Liu, J. "Identification of the pollution source from one-dimensional parabolic equation models", *Appl. Math. Comput.*, **219**(8), pp. 3403-3413 (Dec 2012).
21. Li, T.S. and Wong, S.M. "Development of an efficient and accurate global space-time radial basis collocation model for estimation of river pollution source", *Int. J. Eng. Technol.*, **6**(2), pp. 136-140 (2014).
22. Mazaheri, M., Mohammad Vali Samani, J. and Samani, H.M.V. "Mathematical model for pollution source identification in rivers", *Environ. Forensics*, **16**(4), pp. 310-321 (2015).
23. Amirabdollahian, M. and Datta, B. "Reliability evaluation of groundwater contamination source characterization under uncertain flow field", *International Journal of Environmental Science and development*, **6**(7), pp. 512-518 (2015).
24. Telci, I.T. and Aral, M.M. "Contaminant source location identification in river networks using water quality monitoring systems for exposure analysis", *Water Qual. Expo. Heal.*, **2**(3-4), pp. 205-218 (Feb 2011).
25. Yuan-hua, C., Peng, W., Ji-ping, J. and Liang, G. "Contaminant point source identification of rivers chemical spills based on correlation coefficients optimization method", *China Environ. Sci.*, pp. (2011).
26. Di Nardo, B., Santonastaso, G.F., Battaglia, F. and Velotta, R. "Smart identification system of surface water contamination by an innovative biosensor network", *CE-MEPE - 5<sup>th</sup> International Conference on Environmental Management, Engineering, Planning and Economics* (June 2015).
27. Zhang, S.P. and Xin, X.K. "Pollutant source identification model for water pollution incidents in small straight rivers based on genetic algorithm", *Appl. Water Sci.*, **7**(4), pp. 1955-1963 (Jun 2017).
28. Chapra, S.C., *Surface Water-Quality Modeling*, Waveland Press, 844 p. (2008).
29. Chaudhry, M.H., *Open-Channel Flow*, Springer (2008).
30. Ding, Y. and Wang, S.S.Y. "Identification of manning's roughness coefficients in channel network using adjoint analysis", *Int. J. Comput. Fluid Dyn.*, **19**(1), pp. 3-13 (2005).
31. Ding, Y. and Wang, S.S.Y. "Optimal control of open-channel flow using adjoint sensitivity analysis", *J. Hydraul. Eng.*, **132**(11), pp. 1215-1228 (2006).
32. Wilson, J.L. and Metcalfe, D.E. "Illustration and verification of adjoint sensitivity theory for steady state groundwater flow", *Water Resour. Res.*, **21**(11), pp. 1602-1610 (Nov 1985).
33. Neupauer, R.M. and Wilson, J.L. "Numerical implementation of a backward probabilistic model of ground water contamination", *Ground Water*, **42**(2), pp. 175-189 (Mar 2004).
34. Atkinson, T.C. and Davis, P.M. "Longitudinal dispersion in natural channels: 1. Experimental results from the river severn, U.K.", *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, **4**(3), pp. 345-353 (2000).
35. Noori, R., Safavi, S. and Nateghi Shahrokni, S.A. "A reduced-order adaptive neuro-fuzzy inference system model as a software sensor for rapid estimation of five-day biochemical oxygen demand", *J. Hydrol.*, **495**, pp. 175-185 (Jul 2013).
36. Noori, R., Yeh, H.-D., Abbasi, M., Kachooosangi, F.T. and Moazami, S. "Uncertainty analysis of support vector machine for online prediction of five-day biochemical oxygen demand", *J. Hydrol.*, **527**, pp. 833-843 (2015).
37. Noori, R., Deng, Z., Kiaghadi, A. and Kachooosangi, F.T. "How reliable are ANN, ANFIS, and SVM techniques for predicting longitudinal dispersion coefficient in natural rivers?", *J. Hydraul. Eng.*, **142**(1), pp. 1-8 (2015).