




## Introduction of a Modified Phenomenological Model for Single and Annular Plasma Synthetic Jet Actuator

Research Article

Mohammad Sheibani<sup>1</sup>, Seyyed Majid Malek-Jafarian<sup>2</sup> , Mohammadmahdi Abdollahzadehsangroudi<sup>3</sup>

DOI: [10.22067/jacsm.2023.80523.1155](https://doi.org/10.22067/jacsm.2023.80523.1155)

### 1. Introduction

Plasma actuators have been among the newest methods for active flow control in the last two decades. A typical single plasma actuator consists of two electrodes, a dielectric layer between these two electrodes, and a high-voltage source. Over time, a new configuration of plasma actuator, plasma synthetic jet actuator, was introduced. A particular type of synthetic jet actuator has an annular configuration in which the electrode diameter is an important parameter. If the design of the actuator is improved, its application range will be more comprehensive and more effective in the flow control. In annular synthetic jet actuators, a jet perpendicular to the surface is formed, which can be used to control the instability of axial flows and the transition of laminar to turbulent flows.

A phenomenological model widely used in the simulation of plasma actuators is Suzen-Huang model. This model considers the impact of plasma on the flow by including a volumetric body force in the governing equations. This model does not predict the non-linear relationship between the applied voltage and the amount of thrust the plasma induces. Moreover, the impact of such parameters as thickness and dielectric constant, exposed electrode thickness, and alternating current frequency are not included in this model. This investigation tried to consider the impact of the above parameters for a single plasma actuator by calculating the numerical value of the thrust and exerting it in the expression of its volumetric body force. Moreover, the goal of this research is to generalize this merging model to simulate the annular plasma synthetic jet actuators in different geometric, working, and environmental conditions. One of the factors that can affect the performance of an annular plasma synthetic jet actuator is its geometry. The impact of changes in the radius of the embedded electrode on the operation of the annular plasma synthetic jet actuator in the generalized model was investigated in this research.

### 2. Governing equations

The volumetric body force imposed by the plasma actuator

was calculated by Suzen-Huang model. This model assumes that the electric field is caused by two components: one is the external electric field due to the voltage imposed on the electrodes and the other is the electric field induced by the accumulation of charged particles near the surface. The following equations can determine the electric potential near the actuator and charge density:

$$\nabla \cdot (\epsilon_r \nabla \phi) = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon_r \nabla \rho_c) = \frac{\rho_c}{\lambda_d^2} \quad (2)$$

Where  $\phi$  is the electric potential due to imposed alternating voltage on the electrode,  $\rho_c$  is the electric charge density,  $\epsilon_r$  is the relative electrical permeability coefficient, and  $\lambda_d$  is the Debye length. The volumetric body force induced by the plasma actuator can be calculated as

$$\vec{f}_B = \rho_c \vec{E} = \rho_c (-\nabla \phi) \quad (3)$$

A semi-empirical model based on a one-dimensional electrohydrodynamic effect was proposed to estimate the plasma-induced thrust. It was assumed that the thrust of the plasma actuator is proportional to the energy consumed in an actuator, which is considered as two parallel capacitors in an alternating current circuit. Various components such as dielectric thickness, dielectric constant, exposed electrode thickness, voltage range, and alternating current frequency were included in this model. The purpose is to insert the numerical value of the thrust into the two-dimensional Navier-Stokes equation solver as the volume body force term. Moreover, working parameters such as pressure, temperature, and alternating current waveform were given in the model. The following expression was used to calculate thrust:

$$\text{Thrust} = k_1 \alpha_2 \omega^{\alpha_1} C_0 (V - V_0)^2 \text{ (Nm}^{-1}\text{)} \quad (4)$$

where  $\omega$  is the angular frequency of the applied voltage,  $V$  is the amplitude of the applied voltage,  $\alpha_2$  is the voltage shape parameter,  $C_0$  is the equivalent capacitance of the plasma actuator,  $V_0$  is the onset voltage of plasma

\*Manuscript received: January 9, 2023. Revised, May 3, 2023. Accepted, July 31, 2023.

<sup>1</sup>. PhD Candidate, Mechanical Engineering Department, Birjand University, Birjand, Iran.

<sup>2</sup>. Corresponding author. Associated Professor, Mechanical Engineering Department, Birjand University, Birjand, Iran.

Email: [mmjafarian@birjand.ac.ir](mailto:mmjafarian@birjand.ac.ir)

<sup>3</sup>. Assistant Professor, Mechanical Engineering Department, Gilan University, Rasht, Iran.

formation,  $\alpha_1$  is the frequency parameter and,  $k_1$  is the fitting parameter.

As a novelty in this work, the thrust model and Suzen-Huang model were combined to obtain a more accurate estimate of the plasma-induced thrust and the spatial distribution of the volumetric body force. By merging these models, we have Equation 5:

$$\rho_c^{\max} = \frac{\text{Thrust} \times t_d}{\beta I_p h_p V_{app}} \quad (5)$$

It should be noted that Equations 1 to 5 complete the model description for plasma actuators. However, to use this model, the value of  $\beta$  must be calculated. For this purpose, the original Suzen-Huang model was used. By using trial and error, the value of  $\rho_c^{\max}$  was obtained in such a way that valid experimental or numerical results for single plasma actuators or plasma synthetic jet actuators could be well estimated. As a result, the value of  $\beta$  could be calculated. Now, this value of  $\beta$  obtained from valid data available for plasma actuators was used to calculate the value of  $\rho_c^{\max}$  for another one, in different geometric and flow conditions and with different materials. In this way, the effects of the mentioned factors were considered in Suzen-Huang model, and this model could have a better estimation of the performance of the plasma actuator. Moreover, the impact of changing the diameter of the annular plasma synthetic jet actuator was included in this merging model.

### 3. Results

To calculate  $\beta$  in a single plasma actuator, the value of  $\rho_c^{\max}$  in Suzen-Huang model is calculated by trial and error in order to obtain the best agreement between the numerical results and the results of experimental work for the induced velocity at a specific applied voltage, which can be seen in Figure 1.

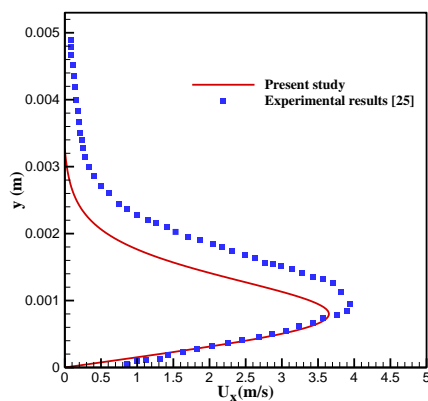


Figure 1. The comparison of numerical results with the experimental velocity profiles at a distance downstream of the electrode

To validate the merged model, the value of the  $\beta$  parameter was used to calculate  $\rho_c^{\max}$  and then calculate the thrust value. Then these thrust values were compared with the values of an experimental work. Based on the results of thrust value calculated from the numerical simulation at different voltages, the error was about 10%.

For the annular plasma synthetic jet actuator, the simulation was performed in five different diameters of the

embedded electrode (2, 2.5, 3, 4, and 5 mm). A comparison was made between the axial velocity profiles of the present work and another numerical work.

For different cases, the value of  $\rho_c^{\max}$  was calculated. The results showed that the value of  $\rho_c^{\max}$  is a function of the diameter of the actuator. Through curve fitting, a correlation was estimated for the variation of  $\rho_c^{\max}$  concerning diameter. This correlation was obtained as follows:

$$\rho_c^{\max} = \frac{3.83}{139.6 - 32.7D + 3.7D^2}, \quad D(\text{mm}) \quad (6)$$

Figure 2 shows the changes of the dimensionless value  $\rho_c^{\max} / \rho_{c, D=5\text{mm}}^{\max}$  with the diameter of the annular actuator.

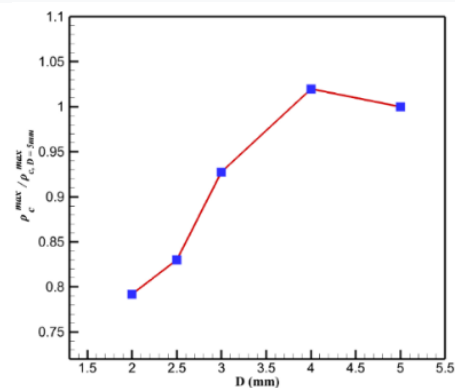


Figure 2.  $\rho_c^{\max} / \rho_{c, D=5\text{mm}}^{\max}$  in different diameters of actuator

The merged model, confirmed for the single plasma actuator, was also evaluated for the annular plasma synthetic jet actuator. For this purpose, another case example of the annular actuator was considered. The value obtained for  $\rho_c^{\max}$  in the new case was assumed to be 5 mm in diameter. In order to be able to obtain the value of this component in the main problem with the new diameter, with the help of the Equation 6 and by creating a fit between the values of  $\rho_c^{\max}$  in the diameters of 5 mm and the new diameter, this is achieved.

### 4. Conclusion

A new model was defined in this study through connecting Suzen-Huang phenomenological plasma model and a thrust model to estimate the volumetric force distribution component of plasma actuators. Applying this model on a single plasma actuator shows the accuracy and correctness of this model. It was also shown that in annular plasma synthetic jet actuator, the maximum charge density is a function of the diameter of the actuator. Therefore, by generalizing the current model for this type of actuators, the dependence of the maximum charge density and volumetric body force on the diameter of the actuator was considered in the model. Validation of the present model for the annular plasma synthetic jet actuator for the maximum value of the axial velocity at different distances with the available experimental values shows a maximum error of 19%.



## معرفی یک مدل پدیدارشناختی اصلاح شده برای عملگرهای تکی و جت ترکیبی پلاسمای حلقوی\*

مقاله علمی-پژوهشی

محمد شیبانی<sup>(۱)</sup> سید مجید ملک جعفریان<sup>(۲)</sup> محمد مهدی عبدالزاده سنگرودی<sup>(۳)</sup>

DOI: 10.22067/jacsm.2023.80523.1155

**چکیده** در این پژوهش، یک مدل پدیدارشناختی اصلاح شده از طریق ادغام مدل سوزن-هوانگ و مدل رانش یون و هان برای دو نوع عملگر پلاسمای تکی و عملگر جت ترکیبی پلاسمای حلقوی، در هندسه‌های مختلف و شرایط کاری و محیطی متفاوت ارائه شده است. مدل معرفی شده در کار حاضر، براساس رانش تولید شده ناشی از پلاسمای پایه‌ریزی گردیده است. با این تعمیم و اصلاح، این مدل نقاط ضعف مدل سوزن-هوانگ استاندارد؛ یعنی، عدم تخمین درست از رابطه غیرخطی بین ولتاژ اعمالی و مقدار رانش ناشی از پلاسمای و عدم تأثیر مؤلفه‌هایی هم‌چون ضخامت و ثابت دی‌الکتریک، ضخامت الکترود آشکار و فرکانس جریان متناوب را نخواهد داشت. اعمال این مدل بر روی یک عملگر پلاسمای تکی نشان از دقت و صحت این مدل دارد. همچنین با تعمیم مدل حاضر برای عملگرهای جت ترکیبی پلاسمای حلقوی، وابستگی چگالی بار بیشینه و نیروی حجمی به قطر عملگر در مدل لحاظ شد. اعتبارسنجی مدل حاضر برای عملگر جت ترکیبی پلاسمای حلقوی، نشان می‌دهد که مدل قادر است به خوبی خود را با تغییر قطر عملگر، شرایط کاری، هندسی و جنس مواد عملگر تطبیق داده و برآورد خوبی از نتایج به عمل آورد.

**واژه‌های کلیدی** عملگر جت ترکیبی پلاسمای حلقوی، تخلیه مقاوم دی‌الکتریک، رانش، شبیه‌سازی عددی.

### Introduction of a Modified Phenomenological Model for Single and Annular Plasma Synthetic Jet Actuators

Mohammad Sheibani Seyyed Majid Malek-Jafarian Mohammadmahdi Abdollahzadehsangroudi

**Abstract** In this study, a modified phenomenological model has been proposed by merging the Suzen-Huang model and the Yoon-Han thrust model for two types of single plasma actuators and plasma synthetic jet actuators, in different geometries and different working and environmental conditions. The model introduced in the present work is based on the thrust induced by plasma. With this generalization and modification, this model overcomes the drawbacks of the standard Suzen-Huang model, i.e., lack of correct estimation of the nonlinear relationship between the applied voltage and the amount of thrust induced by the plasma and not considering the influence of parameters such as the thickness of dielectric and dielectric constant, the thickness of the exposed electrode, and the alternating current frequency). Applying this model on a single plasma actuator shows the accuracy and correctness of this model. Also, by generalizing the present model for the annular plasma synthetic jet actuators, the dependence of the maximum charge density and body force on the diameter of the actuator was included in the model. Validation of the present model for the annular plasma synthetic jet actuator shows that the model is able to adapt itself well to changing the diameter of the actuator, working conditions, geometry and materials of the actuator and make a good estimate of the results.

**Key Words** Annular Plasma Synthetic Jet Actuator, Dielectric Barrier Discharge, Thrust, Numerical Simulation

\* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۱/۱۰/۱۹ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۲/۵/۹ می‌باشد.

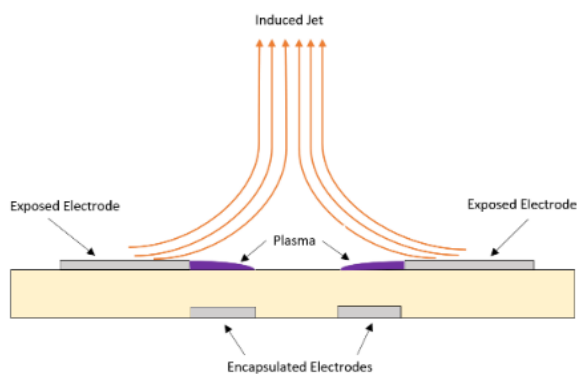
(۱) دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند.

(۲) نویسنده مسئول، دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند.

(۳) استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت، ایران

Email: mmjafarian@birjand.ac.ir

رسیده و سپس به شکل یک جت عمود بر دیواره از آن خارج می‌شوند. این ویژگی باعث می‌شود تا این نوع عملگر، توانایی کشیدن سیال با ممتوم زیاد از جریان اصلی سرعت بالا را به جریان لایه مرزی سرعت پایین داشته باشد. پیکربندی این نوع عملگرها در شکل (۲) قابل مشاهده است.

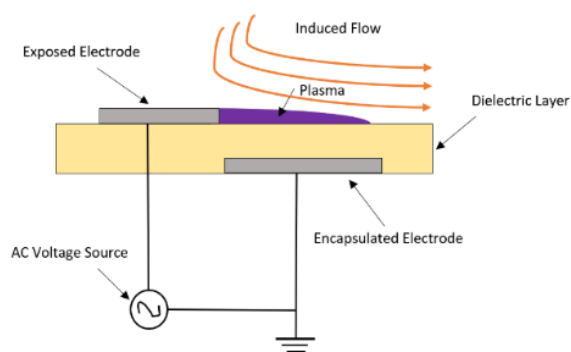


شکل ۲ عملگر جت ترکیبی پلاسما

مفهوم عملگرهای جت ترکیبی پلاسما، ابتدا در سال ۲۰۰۶ توسط سانتاناکریشن و همکارانش [10] طرح گردید. آنها شرح مفصلی بر این نوع عملگرها ارائه کردند. همچنین سانتاناکریشن و یاکوب در سال ۲۰۰۶ [11] مقایسه‌ای را بر روی تأثیرات عملگرهای پلاسما تکی، جت ترکیبی پلاسما خطی و جت ترکیبی پلاسما حلقوی بر جریان انجام دادند. آنها در تحقیق خود نشان دادند که اگر طراحی عملگر بهبود یابد، دامنه کاربرد آن گسترده‌تر شده و در کنترل جریان تأثیرگذاری بهتری خواهد داشت. آنها نشان دادند که هندسه عملگرهای جت ترکیبی پلاسما خطی و عملگرهای جت ترکیبی پلاسما حلقوی، تأثیر زیادی در نفوذپذیری بیشتر جت ناشی از پلاسما، نسبت به عملگر تکی پلاسما خواهند داشت. همچنین عملگرهای جت ترکیبی پلاسما حلقوی کل میدان جریان را تحت تأثیر قرار می‌دهند، در حالی که عملگرهای پلاسما تکی و عملگرهای جت ترکیبی پلاسما خطی به‌طور عمده بر ناحیه نزدیک دیواره اثر می‌گذارند. در کار دیگری که سانتاناکریشن و همکارانش [12] انجام دادند، مقایسه‌ای بین عملگر جت ترکیبی پلاسما خطی و عملگر پلاسما تکی برای کنترل جریان صورت گرفت. آنها نشان دادند که عملگر پلاسما تکی نسبت به عملگر جت ترکیبی

## مقدمه

عملگرهای پلاسما به عنوان یکی از جدیدترین روش‌ها برای کنترل جریان فعال در دو دهه اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند [1]. این وسیله به‌طور گسترده برای کنترل جدایش [2,3] و کنترل گذار جریان آرام به آشفتگی در لایه مرزی [4,5] کاربرد دارد. مهم‌ترین مزیت عملگر پلاسما اندازه، وزن کم، عدم وجود قطعات متحرک و پاسخ زمانی سریع آن است [6,7]. یک عملگر معمولی پلاسما تکی شامل دو الکترود، یک لایه دی‌الکتریک بین این دو الکترود و یک منبع فشار و ولتاژ قوی است [8]. الکترودها توسط یک منبع ولتاژ جریان متناوب تغذیه می‌شوند که موجب عمل تخلیه می‌گردد. پیکربندی عملگر پلاسما تکی در شکل (۱) نشان داده شده است. گاز یونیزه شده موجب شکل‌گیری پلاسما و به تبع آن ایجاد یک نیروی حجمی می‌شود که بر سیال بیرونی اثر خواهد گذاشت. این کار موجب تولید یک جت دیواری افقی بر سطح الکترود پنهان خواهد گردید.



شکل ۱ عملگر پلاسما تکی

با گذر زمان، نوع جدیدی از عملگر پلاسما با نام عملگر جت ترکیبی پلاسما معرفی شد [9]. عملگر جت ترکیبی پلاسما از لحاظ کارکرد فیزیکی، کاملاً شبیه به عملگرهای پلاسما تکی می‌باشد. تفاوت اساسی این عملگر با نوع تکی، نحوه آرایش و پیکربندی الکترودها است که باعث می‌شود جریان ایجاد شده ناشی از آنها به‌صورت یک جت رو به بالا باشد. عملگر جت ترکیبی پلاسما از دو عملگر پلاسما تکی تشکیل شده که دو جت در راستای دیواره و در جهت مخالف تولید می‌کنند. این دو جت در مرکز عملگر جت ترکیبی پلاسما به هم

کار آنها بررسی و تحلیل پدیده جریان برگشتی در الکترودهایی با قطر کوچک بود که پیش از این، هامبل و همکارانش [17] آن را در کار تجربی خود مشاهده کرده بودند. آنها دریافتند که عامل این پدیده، افزایش انحنای خط جریان الکتریکی در عملگرهای با قطر کوچک می‌باشد. به تبع آن ساختار تخلیه دی‌الکتریک تغییر کرده، که این امر در مقدار و جهت نیرو مؤثر خواهد بود. آنها همچنین، اثر ضخامت الکترودها و میزان اکسیژن هوای اطراف را بر جریان برگشتی بررسی نمودند.

در عملگرهای جت ترکیبی پلاسمای حلقوی، یک جت عمود بر سطح تشکیل می‌شود که می‌توان از آن در کنترل ناپایداری جریان‌های محوری و همچنین کنترل گذار جریان آرام به آشفته استفاده نمود. در حالت کلی، این عملگرها در دسته عملگرهای جت با شار خالص جرمی صفر، قرار می‌گیرند و عملکردی مشابه با جت‌های تزریق شده از درون سطح به جریان سیال دارند. در نتیجه می‌توانند در کاربردهای مختلف آیرودینامیکی و انتقال حرارتی مورد استفاده قرار بگیرند. پیکربندی‌های مختلف عملگرهای حلقوی، می‌تواند منجر به انعطاف‌پذیری در استفاده از این عملگرها برای کنترل جریان در کاربردهای مختلف آیرودینامیکی شود.

با توجه به تاریخچه ذکر شده در مورد عملگرهای جت ترکیبی پلاسمای حلقوی، ملاحظه می‌شود که کارهای انجام شده بسیار محدود و آن هم عمدتاً تجربی بوده است. در تنها کار عددی انجام شده در این مورد، می‌توان به کار بورادیل و همکارانش [16] در سال ۲۰۲۱ و با استفاده از مدل چهار ذره‌ای پلاسما-سیال، مدلی اصول-مبنا بوده و به لحاظ عددی بسیار زمان‌گیر می‌باشد. لذا استفاده از مدل‌های پدیدارشناختی به منظور شبیه‌سازی این‌گونه عملگرها به دلیل صرف زمان کمتر در امر شبیه‌سازی نمود پیدا می‌کند. یکی از این مدل‌های پدیدارشناختی که کاربرد زیادی در شبیه‌سازی عملگرهای پلاسمایی دارد، مدل سوزن-هوانگ [18] می‌باشد. این مدل با لحاظ کردن یک نیروی حجمی در معادلات حاکم، تأثیر پلاسما را بر جریان در نظر می‌گیرد. یکی از نقاط ضعفی که مدل سوزن-هوانگ [18] دارد، این است که رابطه غیرخطی بین ولتاژ اعمالی و مقدار رانش ناشی از پلاسما را پیش‌بینی نمی‌کند.

پلاسمای خطی، در کنترل جریان بر روی استوانه دایروی عملکرد بهتری از خود نشان می‌دهد. در سال ۲۰۰۹ ساتاناکریشن و همکارانش [13] مطالعه‌ای را بر روی یک عملگر جت ترکیبی پلاسمای خطی در محیطی که سیال آن از ابتدا ساکن بود، انجام دادند. آنها مشخصه‌های جریان ساکن را به هر دو صورت تجربی و عددی تحلیل کردند. همچنین، رفتار جت از نظر کمی و کیفی مورد بررسی قرار گرفت. آنها همچنین رفتارهای مشابهی را که جت‌های ترکیبی پلاسما با جت‌های ترکیبی مکانیکی از خود نشان می‌دهند، با هم مقایسه کردند. در سال ۲۰۱۱ لی‌یو و همکارانش [14] مطالعه‌ای را بر روی مشخصه‌های جریان جت ناشی از عملگر جت ترکیبی پلاسمای خطی، با حل معادلات متوسط‌گیری شده رینولدز انجام دادند. آنها همچنین مشخصه‌های جریان برای یک جت ترکیبی پلاسمای ناپایا را در هوای ساکن ارائه کردند. نتایج آنها نشان داد که میدان جریان متوسط‌گیری شده زمانی، تقریباً مشابه جت ترکیبی پلاسمای پایا و جت کنار دیواره‌ای می‌باشد. به علاوه، نشان دادند که در حالت ناپایا نسبت به حالت پایا، سرعت جریان اندکی کمتر و نیم‌عرض جت بسیار بزرگ‌تر است. در سال ۲۰۱۷ نرتی و همکارانش [15] بر روی بهینه‌سازی هندسه عملگرهای جت ترکیبی پلاسمای خطی و جت ترکیبی پلاسمای حلقوی کار کردند. آنها در این کار، نیروی الکترویدرودینامیک به وجود آمده توسط عملگر پلاسما را که در فشار هوای اتمسفر ایجاد می‌شود، به صورت تجربی برآورد نمودند. برای عملگرهای جت ترکیبی پلاسمای خطی، فاصله بین الکترودهای آشکار و برای عملگرهای جت ترکیبی پلاسمای حلقوی، قطر الکتروود پنهان را به عنوان متغیر در نظر گرفتند. در نتیجه توانستند مقادیر بهینه‌ای را برای فاصله بین الکترودهای آشکار در عملگر جت ترکیبی پلاسمای خطی و مقدار قطر الکتروود پنهان در عملگر جت ترکیبی پلاسمای حلقوی تعیین کنند تا بیش‌ترین مقدار سرعت جت، توان مکانیکی و بازده عملگر به دست آید. به علاوه نشان داده شد که در توان ورودی یکسان، پیکربندی حلقوی نسبت به دیگر پیکربندی‌ها عملکرد بهتری را از خود در تولید نیروی الکترویدرودینامیکی نشان می‌دهد. در سال ۲۰۲۱ بورادیل و همکارانش [16] یک عملگر جت ترکیبی پلاسمای حلقوی را با مدل چهار ذره‌ای پلاسما-سیال شبیه‌سازی عددی کردند. هدف

شکل‌گیری پلازما بر روی سطح را شبیه‌سازی نمایند. این مدل‌ها بسیار دقیق هستند، با این حال به علت حجم زمان محاسباتی زیادی که برای شبیه‌سازی عددی می‌گیرند، استفاده از آن‌ها دارای محدودیت است.

در کار حاضر، نیروی حجمی ایجاد شده توسط پلازما با مدل پدیدارشناختی سوزن-هوانگ [18] محاسبه می‌شود. کارهای قبلی محققان نشان داده است که مدل سوزن-هوانگ در عین سادگی از دقت مناسبی نیز برخوردار می‌باشد. همچنین در این مدل، هزینه محاسبات به‌صورت قابل توجهی کاهش می‌یابد. این مدل بیشتر بر جنبه‌های مهندسی تا جزئیات فیزیک پلازما تأکید دارد و از همین رو برای کاربردهای عملی و آیرودینامیکی قابل اتکا می‌باشد. از طرفی این مدل خاص، ساده بوده و به آسانی و سرعت قابل پیاده‌سازی می‌باشد. همچنین در کارهای بسیاری از محققان از آن استفاده شده و نتایج قابل قبولی از آن به‌دست آمده است. در این مدل فرض شده که میدان الکتریکی ناشی از دو بخش، یکی میدان الکتریکی خارجی به علت ولتاژ الکترودها و دیگری میدان الکتریکی ناشی از ذرات باردار نزدیک سطح است. با فرض این‌که ناحیه پلازما نزدیک سطح یک گاز نیمه‌خشی است، معادلات پیش رو می‌تواند از روابط مکسول به‌دست آید [22] تا چگالی بار و پتانسیل الکتریکی نزدیک عملگر تعیین شود:

$$\nabla \cdot (\epsilon_r \nabla \phi) = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon_r \nabla \rho_c) = \frac{\rho_c}{\lambda_d} \quad (2)$$

که  $\phi$  پتانسیل الکتریکی ناشی از میدان الکتریکی متناوب خارجی،  $\rho_c$  چگالی بار الکتریکی،  $\epsilon_r$  ضریب گذردهی الکتریکی نسبی و  $\lambda_d$  طول دبابی است.

طول دبابی به عنوان تابعی از ولتاژ اعمالی به شکل رابطه زیر است [22]:

$$\lambda_d [m] = 0.2(0.3 \times 10^{-3} V_{app} (kV) - 7.42 \times 10^{-4}) \quad (3)$$

هنگامی که مقادیر چگالی بار و توزیع پتانسیل الکتریکی به‌دست آمدند، نیروی حجمی ناشی از عملگر پلازما را می‌توان به شکل زیر محاسبه کرد:

$$\vec{f}_B = \rho_c \vec{E} = \rho_c (-\nabla \phi) \quad (4)$$

در معادله فوق،  $\vec{E} = -\nabla \phi$  بردار میدان الکتریکی می‌باشد. شرایط مرزی مورد نیاز برای حل معادلات (1) و (2) در جدول (1) به‌صورت خلاصه ارائه شده است.

همچنین اثر مؤلفه‌هایی هم‌چون ضخامت و ثابت دی‌الکتریک، ضخامت الکتروود آشکار و فرکانس جریان متناوب در این مدل گنجانده نشده است. یون و هان [19,20] سعی کردند با محاسبه مقدار عددی رانش و وارد کردن آن در عبارت نیروی حجمی مخصوص به خود، تأثیر مؤلفه‌های فوق را برای یک عملگر جت پلاسمای تکی لحاظ کنند. هدفی که این تحقیق دنبال می‌کند، تعمیم مدل یون و هان [20] به منظور شبیه‌سازی عملگرهای جت ترکیبی پلاسمای حلقوی در وضعیت‌های هندسی، کاری و محیطی مختلف است. مدل تعمیم یافته بر اساس مقدار مؤلفه رانش جت و ادغام کردن آن با مقدار نیروی حجمی (به‌دست آمده از مدل سوزن-هوانگ [18]) به‌دست می‌آید. در نتیجه مدل معرفی شده قادر است اثر عوامل مختلف مانند ضخامت و ثابت دی‌الکتریک، ضخامت الکتروود آشکار، دامنه ولتاژ و فرکانس جریان متناوب را در عملگرهای پلاسمای حلقوی در نظر بگیرد. یکی از عواملی که می‌تواند بر کارکرد عملگرهای جت ترکیبی پلاسمای حلقوی اثر بگذارد، ابعاد هندسه آن است. تأثیر تغییرات شعاع الکتروود پنهان بر کارکرد عملگر جت ترکیبی پلاسمای حلقوی در مدل تعمیم یافته، در این تحقیق بررسی شده است. در نهایت، نتایج مدل تعمیم یافته با نتایج تجربی از نمونه عملگرهای جت ترکیبی پلاسمای حلقوی دیگر اعتبارسنجی شده تا صحت کارکرد آن برای این نوع عملگرها مشخص شود.

### معادلات حاکم

برای شبیه‌سازی عددی عملگر پلازما، محاسبه نیروی حجمی حائز اهمیت است تا اثر آن بر جریان خارجی مدل‌سازی گردد. مدل‌های ریاضی زیادی برای این کار ارائه شده است که در دو دسته کلی قرار می‌گیرند. دسته نخست مدل‌هایی هستند که سعی دارند رابطه‌ای را برای مؤلفه نیرو بر طبق فیزیک مسئله ارائه کنند. این مدل‌ها معمولاً، چگالی بار و توزیع میدان الکتریکی را در نزدیکی الکتروودهای عملگر پلازما تخمین می‌زنند. به این مدل‌ها، مدل پدیدارشناختی گفته می‌شود. از جمله مدل‌های شناخته شده و محبوب پدیدارشناختی، می‌توان به مدل‌هایی که توسط جایارامان و شای [21]، ارف و همکارانش [7] و سوزن و همکارانش [18] توسعه داده شده است، اشاره نمود. دسته دوم با نام اصول-مبنا، مدل‌هایی هستند که از روش‌های بنیادی استفاده کرده تا مکانیزم فیزیکی

جدول ۱ شرایط مرزی برای یک مدل عملگر پلاسما

دور دست	سطح تخلیه الکتریکی	سطح دی الکتریک	الکتروود پنهان	الکتروود آشکار	متغیر
$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0$	$\epsilon_{r,air} \frac{\partial \phi}{\partial n} \Big _d = \epsilon_{r,air} \frac{\partial \phi}{\partial n} \Big _{air}$	$\epsilon_{r,air} \frac{\partial \phi}{\partial n} \Big _d = \epsilon_{r,air} \frac{\partial \phi}{\partial n} \Big _{air}$	$\phi_{emb} = 0$	$\phi(t) = \phi_{max} f(\tau)$	$\phi$
$\rho_c = 0$	$\rho_c(x, t) = \rho_c^{max} G(x) f(\tau)$	$\rho_c = 0$	-	$\frac{\partial \rho_c}{\partial n} = 0$	$\rho_c$

فرکانس جریان متناوب در مدل سوزن-هوانگ لحاظ نشده است. در حالی که شماری از کارهای تجربی و آزمایشگاهی نشان داده‌اند که رانش ناشی از پلاسما، به شکل نمایی با ولتاژ اعمالی در ارتباط است.

در سال ۲۰۱۳ یون و هان [19]، یک مدل ساده نیمه تجربی را که بر اساس اثر الکترو هیدرودینامیکی تک بعدی بود، برای محاسبه مقدار رانش ارائه کردند. آن‌ها فرض کردند که رانش عملگر پلاسما، متناسب با انرژی مصرفی در یک عملگر است که به صورت دو خازن موازی در یک مدار جریان متناوب در نظر گرفته می‌شود. یک تحلیل تخمینی بر روی ظرفیت خازنی صورت گرفت و مؤلفه‌های مؤثری هم چون ضخامت و ثابت دی الکتریک، ضخامت الکتروود آشکار، دامنه ولتاژ و فرکانس جریان متناوب لحاظ شدند. هدف نهایی، قرار دادن مقدار عددی رانش در حلگر معادله ناویر-استوکس دو بعدی به عنوان عبارت نیروی حجمی بود. به علاوه، ناحیه‌ای که پلاسما در آن اثر کرده و نیروی حجمی در آن قسمت اعمال می‌شد، مشخص گردید. نتایج این کار برای مقدار رانش و پروفیل‌های سرعت جت دیواره دو بعدی با نتایج تجربی مقایسه گردیدند و صحت سنجی انجام شد. در سال ۲۰۱۴ یون و هان [20]، کار قبلی خود را بهبود دادند. آن‌ها در مدل اصلاح شده خود، معادلات فیزیکی که اثر پدیده‌های فیزیکی و متغیرهای محیطی را در نظر می‌گرفت، جایگزین روابط تجربی کردند. بر همین اساس، مؤلفه‌های کاری هم چون فشار، دما و شکل موج جریان متناوب نیز در روابط اثر داده شدند. آن‌ها برای محاسبه رانش، رابطه (۷) را پیشنهاد نمودند:

$$\text{Thrust} = k_1 \alpha_2 \omega \alpha_1 C_0 (V - V_0)^2 \text{ (Nm}^{-1}\text{)} \quad (7)$$

که در آن  $\omega$  فرکانس جریان،  $V$  ولتاژ،  $\alpha_2$  شکل موج،  $C_0$  ظرفیت خازنی معادل و  $V_0$  ولتاژ شروع کار هستند.  $k_1$  و  $k_2$  و  $\alpha_1$  نیز ثوابت آزمایشگاهی هستند که در جدول (۲) ارائه شده است.

در جدول (۱)،  $\phi_{max}$  دامنه ولتاژ متغیر،  $f(\tau)$  تابع شکل ولتاژ اعمالی و  $\rho_c^{max}$  حداکثر چگالی بار بر سطح عملگر می‌باشند. همچنین یک توزیع مکانی و زمانی برای چگالی بار در فصل مشترک دی الکتریک بر بالای الکتروود پنهان در نظر گرفته شده است. فرض می‌شود که تغییرات زمانی چگالی بار، هماهنگ با تغییرات زمانی ولتاژ اعمالی بر الکتروود آشکار باشد. توزیع چگالی بار بر سطح تخلیه نیز یک تابع نیمه گوسی فرض می‌شود:

$$G(x) = \exp \left[ -\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (5)$$

در معادله فوق،  $x$  محور طولی در راستای سطح است، طوری که مبدأ سیستم بر لبه الکتروود آشکار قرار دارد. برای عملگر جت ترکیبی پلاسما که در آن دو ناحیه پلاسما تشکیل می‌شود، رابطه (۵) به شکل زیر اصلاح می‌شود:

$$G(r) = \exp \left[ -\frac{(r - (R - \mu))^2}{2\sigma^2} \right] + \exp \left[ -\frac{(-r - (R - \mu))^2}{2\sigma^2} \right] \quad (6)$$

در رابطه (۶)،  $R$  شعاع عملگر جت ترکیبی است و  $r$  محور شعاعی را نشان می‌دهد که در آن میانه عملگر به عنوان مبدأ فرض می‌شود. در روابط (۵) و (۶)،  $\mu$  یک مؤلفه مکان بوده طوری که در آن مکان، تابع  $G$  بیشترین مقدار خود را خواهد داشت. همچنین مؤلفه  $\sigma$  یک ضریب بزرگنمایی بوده که نرخ از بین رفتن و کاهش چگالی بار را نشان می‌دهد.

یکی از نقاط ضعفی که مدل سوزن-هوانگ [18] دارد، این است که رابطه غیرخطی بین ولتاژ اعمالی و مقدار رانش ناشی از پلاسما را پیش بینی نمی‌کند. همچنین اثر مؤلفه‌هایی هم چون ضخامت و ثابت دی الکتریک، ضخامت الکتروود آشکار و

جدول ۲ مؤلفه‌های مدل رانش یون و هان [20]

مؤلفه	مقدار یا تابع
$\alpha_1$	0.5
$k_1$	0.018
$k_2$	0.003
$C_0$	$C_0 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$
$C_1$	$C_1 = \pi \epsilon_d \frac{1}{\ln \frac{2t_d + t_e/2}{t_e/2}}$
$C_2$	$C_2 = \epsilon_0 \frac{k_2/\alpha_2 (\omega/(2 \times \pi \times 1000))^{1/4} (V/V_0 - 1)}{t_d \ln(\frac{2t_d + t_e/2}{t_e/2})} \times \left( \ln \frac{t_e/2}{r_{pl}} - \ln \frac{t_e/2}{\sqrt{r_{pl}^2 + (2t_d + t_e)^2}} \right)$
$V_0$	$V_0 = g_v(t_e/2) \ln(\frac{2t_d + t_e/2}{t_e/2}) \times 10^3 (V)$ $\delta = \frac{0.386P}{273 + T}$ $g_v = 318 \left( 1 + \frac{0.308}{\sqrt{\delta t_e/2}} \right) (kV \text{ cm}^{-1})$

مقادیر رانش پلاسما بی‌بعد کردند. با این روش، از مزیت مدل یون و هان و مدل سوزن-هوانگ استفاده شد.

فرض ابتدایی بر این است که رانش می‌تواند با انتگرال نیروی حجمی به شکل عبارت (۸) تخمین زده شود:

$$L_{actuator} \times Thrust = \int |\vec{f}_B| dV \quad (8)$$

در رابطه (۸)،  $L_{actuator}$  طول عملگر در جهت عرضی است. همچنین می‌توان نیروی حجمی را بر اساس مؤلفه‌های بی‌بعد میدان الکتریکی  $\vec{E}^*$  و چگالی بار  $\rho^*$  به شکل عبارت (۹) نوشت:

$$\vec{f}_B = \rho_c^{max} E_{ref} \rho^* \vec{E}^*, \quad \text{with } \rho^* = \frac{\rho}{\rho_c^{max}}, \quad \vec{E}^* = \frac{\vec{E}}{E_{ref}} \quad (9)$$

در رابطه (۹)، مقدار  $E_{ref}$  به شکل عبارت زیر است:

$$E_{ref} = \frac{V_{app}}{t_d} \quad (10)$$

با تلفیق عبارت‌های (۸)، (۹) و (۱۰) خواهیم داشت:

$$L_{actuator} \times Thrust = \rho_c^{max} \frac{V_{app}}{t_d} \int \rho^* |\vec{E}^*| dV \quad (11)$$

عبارت  $\rho^* |\vec{E}^*|$  در رابطه (۱۱) توزیع مکانی نیروی حجمی ناشی از پلاسما را به عنوان تابعی از (x, y, z) نشان می‌دهد.

برای یک عملگر پلاسما تکی، حجم ناحیه پلاسما به‌صورت یک ناحیه مستطیلی با طول  $l_p$  و عرض  $h_p$  فرض

در جدول (۲)، مؤلفه  $V_0$  تابع عوامل دیگری چون ضخامت دی‌الکتریک ( $t_d$ )، ضخامت الکتروود ( $t_e$ ) و  $g_v$  است. خود  $g_v$  نیز تابعی از فشار (P) و دما (T) می‌باشد. مؤلفه ظرفیت خازنی معادل ( $C_0$ ) نیز حاصل از ظرفیت خازن‌های  $C_1$  و  $C_2$  می‌باشد. این دو مؤلفه نیز خود تابع ضخامت دی‌الکتریک، ضخامت الکتروود، فرکانس، ولتاژ اولیه و ولتاژ کاری هستند.

اگر چه مدل تحلیلی ارائه شده توسط یون و هان [20] تخمین دقیقی را از مقدار رانش در عملگر پلاسما به‌دست می‌دهد، اما این مدل نمی‌تواند توزیع مکانی دقیقی را از نیروی حجمی ارائه دهد. برای این منظور، مدل ارائه شده یون و هان [20] و همچنین مدل سوزن و هوانگ [18] با هم تلفیق می‌شوند تا تخمین دقیق‌تری از رانش ناشی از پلاسما و توزیع مکانی نیروی حجمی به‌دست آید.

### ادغام مدل سوزن-هوانگ با مدل رانش یون و هان

نیروی حجمی ناشی از عملگر پلاسما از رابطه (۴) به‌دست می‌آید. نیاز است تا مقادیر چگالی بار بیشینه برای نمونه‌های مختلف تنظیم گردد تا تخمین درستی را از رانش ارائه دهد. اگر مقدار  $\rho_c^{max}$  ثابت فرض شود، وابستگی نمایی به مقدار رانش و ولتاژ را نمی‌توان محاسبه نمود. برای حل این موضوع، عبداله‌زاده و همکارانش [23] مقادیر چگالی بار را بر اساس

دیگر، در شرایط هندسی و جریانی و با مواد متفاوت به کار برد. به این ترتیب، اثرات عوامل ذکر شده در مدل سوزن-هوانگ در نظر گرفته شده و این مدل می‌تواند برآورد بهتری از عملکرد عملگر پلاسمایی داشته باشد. یکی دیگر از نوآوری‌های کار حاضر، این است که علاوه بر لحاظ نمودن عواملی که ذکر شد، اثر تغییرات قطر عملگر جت ترکیبی پلاسمای حلقوی را نیز می‌توان در مدل لحاظ نمود. در بخش نتایج، روند فوق برای عملگرهای پلاسمای تکی و جت ترکیبی حلقوی پیاده‌سازی شده است.

### روش عددی

از انسیس فلونت، برای شبیه‌سازی عددی معادلات حاکم بر جریان سیال و پلاسمای استفاده می‌شود. معادلات حاکم بر مدل پلاسمای از طریق uds بر روی انسیس فلونت اعمال می‌شوند. همچنین با استفاده از udf تابع توزیع چگالی بار بر روی دیواره‌ها اعمال شود. udf مناسب دیگری نیز به منظور محاسبه نیروی حجمی پلاسمای استفاده خواهد شد.

### نتایج و بحث

همان‌طور که در بخش قبل بحث شد، برای هر عملگر بایستی مقدار مؤلفه  $\beta$  محاسبه شود. در بخش ابتدایی، این فرایند برای یک عملگر تکی مورد بررسی قرار خواهد گرفت. در بخش بعد این روند برای عملگر جت ترکیبی حلقوی (که نوآوری کار حاضر می‌باشد) اعمال می‌شود.

### اعمال مدل تلفیقی بر روی عملگر پلاسمای تکی

برای محاسبه  $\beta$ ، مقدار  $\rho_c^{\max}$  در مدل اصلی سوزن-هوانگ [24] به کمک سعی و خطا طوری محاسبه می‌شود تا بهترین انطباق بین نتایج عددی و نتایج تجربی کار دورسچر و روی [25] برای سرعت ایجاد شده در ولتاژ اعمالی سینوسی با دامنه ۱۰ کیلو ولت و فرکانس ۱۴ کیلوهرتز به دست آید. در این کار تجربی، ضخامت هر دو الکترود ۷۰ میکرومتر، پهنای الکترود آشکار ۵ میلی‌متر و پهنای الکترود پنهان ۲۰ میلی‌متر می‌باشد. ضخامت لایه دی‌الکتریک ۳ میلی‌متر و جنس آن از اکریلیک است. پروفیل سرعت افقی در دو سطح مقطع که در فواصل ۲۵

می‌شود. طول و ارتفاع پلاسمای که وابسته به مقدار رانش هستند، به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$l_p = 0.005 \left( \frac{\text{Thrust}}{0.015} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad h_p = 0.0013 \left( \frac{\text{Thrust}}{0.015} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (12)$$

با ادغام بعضی جملات رابطه (۱۱) و معرفی متغیر جدید، عبارت (۱۳) را خواهیم داشت:

$$\beta = \frac{\int \rho^* |\vec{E}^*| d\psi}{L_{\text{actuator}} l_p h_p} \quad (13)$$

با در نظر گرفتن  $\beta$  به عنوان مؤلفه توزیع نیروی حجمی، رابطه (۱۱) به شکل زیر در می‌آید:

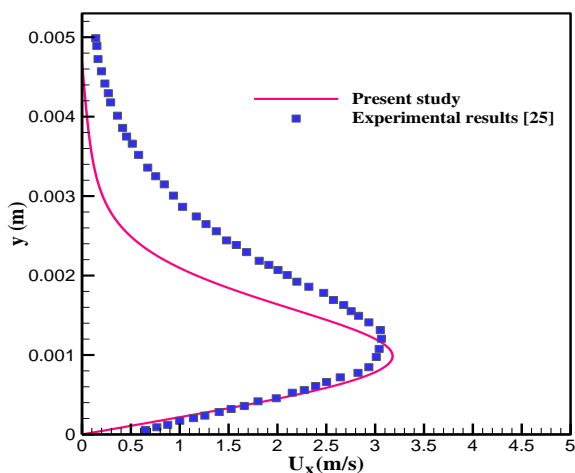
$$\text{Thrust} = \rho_c^{\max} \frac{V_{\text{app}}}{t_d} \beta l_p h_p \quad (14)$$

که در این رابطه  $l_p$  و  $h_p$  از رابطه (۱۲) قابل محاسبه است. حال می‌توان از رابطه (۱۴) برای محاسبه چگالی بار بیشینه استفاده کرد:

$$\rho_c^{\max} = \frac{\text{Thrust} \times t_d}{\beta l_p h_p V_{\text{app}}} \quad (15)$$

رابطه (۱۵) اصلاح مورد نیاز را بر مدل سوزن-هوانگ ارائه می‌دهد تا بتوان رابطه نمایی ولتاژ و رانش و اثر عواملی مانند ضخامت دی‌الکتریک، ضخامت الکترود و فرکانس را در نظر گرفت.

بایستی ذکر کرد که معادلات (۱) تا (۴) به همراه معادله (۱۵) توصیف مدل برای عملگرهای پلاسمای را تکمیل می‌کنند. با این حال، برای استفاده از این مدل، باید مقدار  $\beta$  محاسبه شود. برای این منظور از مدل اصلی سوزن-هوانگ استفاده می‌شود. با استفاده از سعی و خطا، مقدار  $\rho_c^{\max}$  طوری به دست می‌آید که نتایج تجربی یا عددی معتبر موجود برای عملگر پلاسمای تکی یا جت ترکیبی پلاسمای خطی و حلقوی را بتوان به خوبی تخمین زد. در نتیجه می‌توان با استفاده از رابطه (۱۵)، با داشتن مقادیر مؤلفه‌های کاری و هندسی عملگر پلاسمای، مقدار رانش از رابطه (۷) و مقادیر طول و عرض پلاسمای نیز از رابطه (۱۲)، مقدار  $\beta$  را محاسبه نمود. حال این مقدار  $\beta$  به دست آمده از داده‌های معتبر موجود برای عملگرهای پلاسمایی را می‌توان برای محاسبه مقدار  $\rho_c^{\max}$  یک عملگر



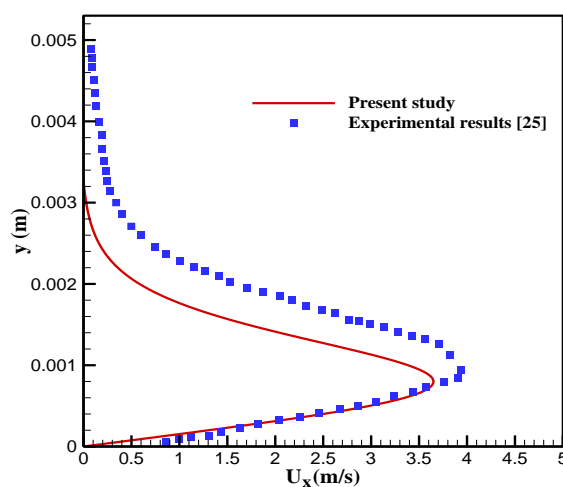
(ب)

شکل ۳ مقایسه پروفیل سرعت محوری کار عددی حاضر با نتایج تجربی دورسچر و روی [25]، (الف) ۲۵ میلی متر، (ب) ۳۵ میلی متر. پایین دست لبه الکتروود آشکار

برای صحت‌سنجی مدل تلفیقی معرفی شده در کار حاضر، از مقدار مؤلفه  $\beta$  برای محاسبه چگالی بار بیشینه (رابطه (۱۴)) و سپس محاسبه مقدار رانش در انسیس فلوننت استفاده خواهد شد. سپس مقادیر به دست آمده برای رانش از کار عددی، با مقادیری که در کار تجربی [25] گزارش شده‌اند، مقایسه خواهند شد. لازم به ذکر است که دیگر شرایط هندسی، جریانی و مواد عملگرها نسبت به حالت قبلی تغییری پیدا نکرده است. این مقایسه در جدول (۴) ارائه شده است. نتایج نشان می‌دهد که برای مقدار رانش محاسبه شده از شبیه‌سازی عددی در ولتاژهای مختلف، خطا حدود ۱۰ درصد است. همان‌طور که قبلاً اشاره شد، نتایج تجربی نشان می‌دهند که بین مقدار رانش و ولتاژ یک عملگر وابستگی نمایی وجود دارد که با ثابت فرض کردن مقدار  $\rho_c^{\max}$  نمی‌توان پیش‌بینی درستی از مقدار رانش بر حسب تغییرات ولتاژ به دست آورد. اما مدل تلفیقی معرفی شده به خوبی توانسته با تطبیق مقدار چگالی بار بیشینه، مقدار رانش عملگر در شرایط کاری جدید (ولتاژهای متفاوت) را به خوبی تخمین بزند. این نتایج همچنین نشان می‌دهد که فرض ثابت بودن مقدار مؤلفه  $\beta$  برای یک عملگر پلاسمای تکمی معتبر می‌باشد.

در قدم نخست، مقدار مؤلفه  $\beta$  برای عملگر جت ترکیبی باید محاسبه شود. برای این هدف، مقدار  $\rho_c^{\max}$  با استفاده از

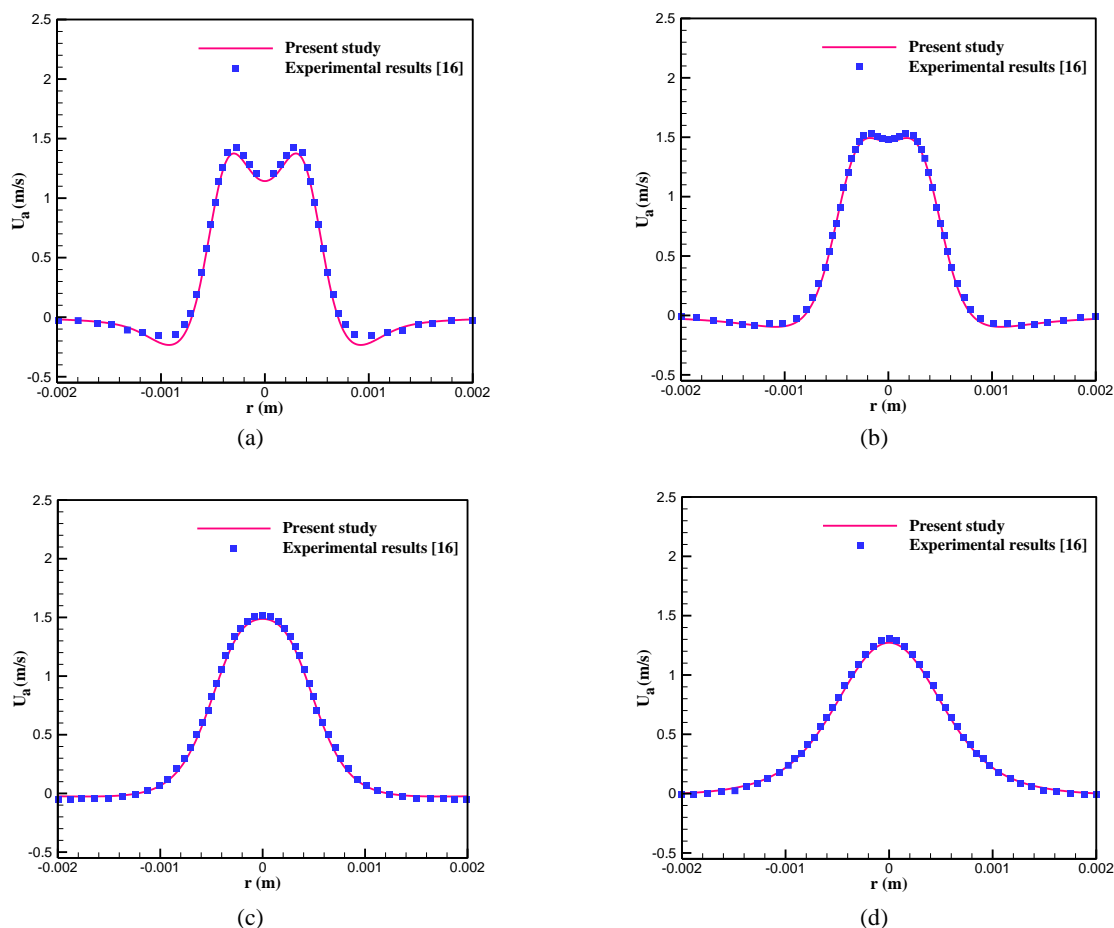
میلی متری و ۳۵ میلی متری از لبه الکتروود آشکار قرار دارند، برای این کار مورد استفاده قرار می‌گیرد. شکل (۳) مقایسه‌ای را بین نتایج شبیه‌سازی کار فعلی و نتایج تجربی مرجع [25] نشان می‌دهد. نتایج به دست آمده در شکل (۳) با در نظر گرفتن  $\mu = 0.0004$ ،  $\sigma = 0.0011$ ،  $\rho_c^{\max} = 0.019 \text{ C/m}^3$  آمده‌اند. این نتایج نشان می‌دهد که تطابق قابل قبولی بین نتایج عددی و تجربی وجود دارد. علت اختلاف موجود در پروفیل‌های سرعت محوری، وجود اثرات گرمایی است که در کار حاضر لحاظ نمی‌شود. چون مدل حاضر، یک مدل تحلیلی برای اثرات آیرودینامیکی می‌باشد، در نظر گرفتن اثرات گرمایی نیازمند توسعه مدلی جداگانه و جدید است که از خط مشی این مقاله فاصله دارد. اندازه‌گیری‌ها در نواحی خیلی نزدیک به سطح کار تجربی نیز دلیل محدودیت اندازه‌گیری در این نواحی ارائه نشده است. با وجود سادگی مدل استفاده شده، روند تغییرات نمودار و سرعت‌های بیشینه تا حد خوبی منعکس شده است. لازم به ذکر است که تمامی مدل‌های تحلیلی موجود در ادبیات فن، اختلاف مشابه یا بیشتری با نتایج تجربی موجود دارند. حال که مقدار  $\rho_c^{\max}$  به دست آمده است، می‌توان با استفاده از رابطه (۱۵) مقدار مؤلفه  $\beta$  را محاسبه نمود. به این صورت که با داشتن مقادیر مؤلفه‌های کاری و هندسی عملگر پلازما، مقدار رانش از رابطه (۷) و مقادیر طول و عرض پلازما نیز از رابطه (۱۲) به دست خواهند آمد. با استفاده از رابطه (۱۵)، برای این مسئله  $\beta = 1.66 \times 10^{-2}$  خواهد بود.



(الف)

این مشکل، سه طول دمای مختلف در نظر گرفته خواهد شد تا اثر این مؤلفه بر حل مشخص گردد. برای یک نمونه، نتایج سعی و خطا در قطر ۲ میلی‌متر  $\rho_c^{\max} = 0.0438 \text{ C/m}^3$  و  $\lambda_d = 10^{-4} \text{ m}$ ،  $\sigma/R = 0.073$  و  $\mu = 0$  به دست آمد. برای این نمونه مقدار  $\beta = 7.68 \times 10^{-4}$  خواهد بود. باید ذکر کرد مقادیر  $\mu = 0$  و  $\lambda_d = 10^{-4} \text{ m}$  نیز که با سعی و خطا به دست آمدند، در قطرهای مختلف نیز همین مقادیر است. در شکل (۶)، پروفیل‌های سرعت محوری برای عملگر جت ترکیبی پلاسمای حلقوی در قطر ۲ میلی‌متر و مقایسه آن با نتایج کار بورادیل و همکارانش [16] صورت گرفته است. آن طور که مشاهده می‌شود، پروفیل‌های سرعت محوری تطابق خوبی با نتایج گزارش شده دارند.

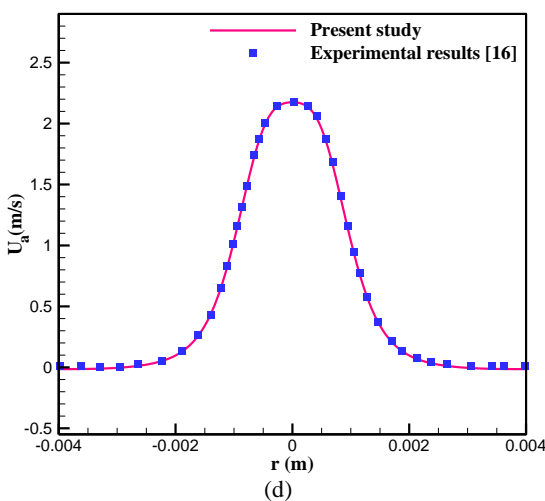
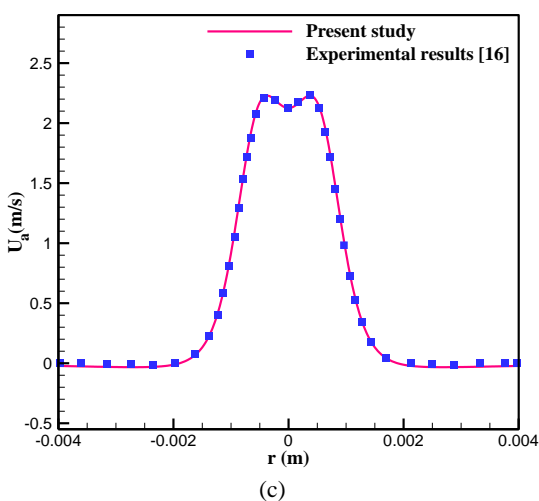
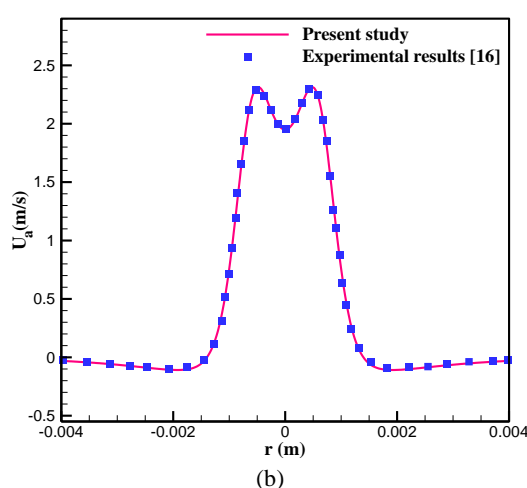
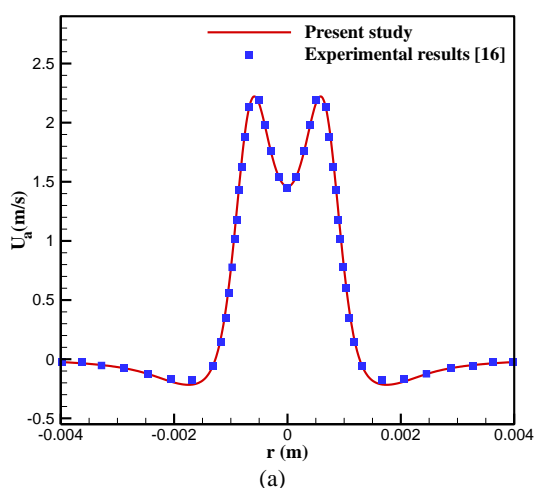
سعی و خطا به دست خواهد آمد طوری که بهترین تطابق بین نتایج حاصل از شبیه‌سازی و گزارش شده در مرجع [16] برای پروفیل‌های سرعت محوری در چهار صفحه عمود از سطح  $\rho_c^{\max}$  در واقع، مقدار  $(y/D=0.3, 0.5, 1 \text{ and } 2)$  به دست آید. طوری تنظیم خواهد شد که خطای نسبی بین مقدار سرعت محوری میانه عملگر به دست آمده از حل عددی و مرجع [16] کمتر از ۰/۵ درصد شود. این سعی و خطا برای هر پنج قطر عملگر اعمال می‌گردد. برای حل عددی عملگر پلاسمای یکی از مؤلفه‌هایی که باید تعیین گردد طول دمای است. برای محاسبه طول دمای، رابطه (۳) ارائه شده است. با این حال، مقدار دامنه ولتاژ کار حاضر در محدوده رابطه (۳) جای نمی‌گیرد و نمی‌توان از آن برای محاسبه طول دمای استفاده کرد. برای حل



شکل ۶ مقایسه سرعت‌های محوری به دست آمده از کار حاضر با مرجع [16] در قطر ۲ میلی‌متر  
at (a)  $y/D=0.3$ ; (b)  $y/D=0.5$ ; (c)  $y/D=1$  and (d)  $y/D=2$ .

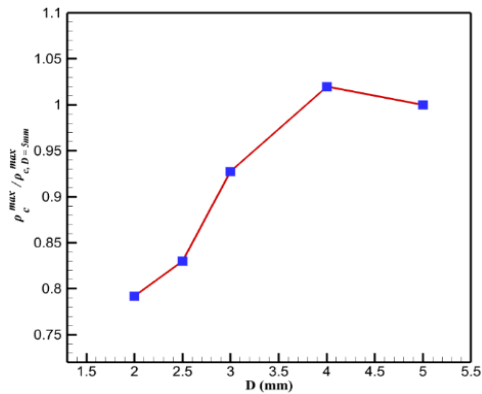
متماایل به الکتروود آشکار (در شعاعی مشخص از خط مرکزی هندسه) است، بنابراین در مقاطع نزدیک تر به سطح، قله‌های پروفیل سرعت در نواحی تشکیل این نیروی بیشینه به وجود می‌آیند. با فاصله گرفتن از سطح عملگر، مومنتوم سیال به میانه عملگر منتقل شده، طوری که قله‌های سرعت در هم ادغام شده و پروفیل تک‌قله‌ای حاصل خواهد شد. همچنین بیشترین سرعت محوری در عملگر با قطر ۲/۵ میلی‌متر ایجاد می‌شود. به علاوه، دقت حل برای عملگرهای با قطر بزرگ‌تر، بیشتر بود. باید ذکر کرد که مقایسه بین پروفیل‌های سرعت محوری کار حاضر و کار بورادیل و همکارانش [16] در سه قطر دیگر نیز صورت گرفت و در آن‌ها نیز صحت حل تأیید شد.

در شکل (۷)، پروفیل‌های سرعت محوری عملگر جت ترکیبی پلاسمای حلقوی برای قطر ۴ میلی‌متر نیز رسم شده‌اند. این نتایج نیز با داده‌های مرجع [16] مقایسه گردیدند. تطابق پروفیل‌های سرعت محوری کار حاضر و مرجع [16]، بیانگر تنظیم خوب مقادیر مؤلفه‌های دخیل در مدل استاندارد سوزن-هوانگ می‌باشد. شکل‌های (۶) و (۷) نشان می‌دهند که در مقاطع نزدیک به سطح، سرعت محوری بیشینه در خارج از نقطه محور مرکزی عملگر رخ می‌دهد. با دور شدن از سطح، سرعت محوری بیشینه به مرکز عملگر نزدیک شده تا این که یک پروفیل سرعت محوری با یک قله در خط مرکزی عملگر تشکیل شود. از آنجایی که نیروی پلاسمای تولیدی در فضای بین الکتروودهای نهان و آشکار توزیع شده و بیشینه این نیرو

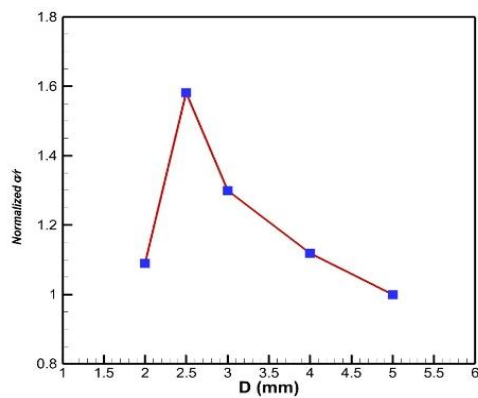


شکل ۷ مقایسه سرعت‌های محوری به دست آمده از کار حاضر با مرجع [16] در قطر ۴ میلی‌متر  
at a)  $y/D=0.3$ ; b)  $y/D=0.5$ ; c)  $y/D=1$  and  $y/D=2$ .

مرجع [16] کاملاً متفاوت است. ادعا بر این است که مدل تلفیقی سوزن-هوانگ معرفی شده قادر است با دقت نسبتاً خوب و بدون نیاز به سعی و خطا، برآوردی مناسب از مسئله به عمل بیاورد.



شکل ۸  $\rho_c^{max}/\rho_{c,D=5mm}^{max}$  در قطرهای مختلف عملگر



شکل ۹  $\sigma/r/\sigma_{r,D=5mm}$  در قطرهای مختلف عملگر

به منظور حل مسئله جدید، بایستی مؤلفه‌های  $\rho_c^{max}$  و  $\sigma/r$  این مدل را محاسبه نمود. قدم نخست در این مسیر، محاسبه مقدار  $\beta$  برای عملگر جت ترکیبی پلاسمای حلقوی در کار بورادیل و همکارانش [16] با استفاده از رابطه (۱۵) می‌باشد. با در دست داشتن مؤلفه‌های هندسی و کاری، مقدار رانش یون و هان [20] از رابطه (۶) قابل محاسبه است. طول پلازما و ارتفاع پلازما نیز از رابطه (۱۲) به دست می‌آیند. ضخامت دی‌الکتریک و مقدار ولتاژ اعمالی نیز مشخص هستند. مؤلفه دیگری که باید در رابطه (۱۵) قرار گیرد، مقدار  $\rho_c^{max}$  می‌باشد که در این مسئله مقدار آن در قطر ۵ میلی‌متر انتخاب شده و  $\beta$  بر اساس آن محاسبه می‌گردد. فرض می‌شود که مؤلفه  $(\beta = 6.08 \times 10^{-4})$

برای نمونه‌های مختلف، مقدار  $\rho_c^{max}$  محاسبه گردید. نتایج نشان داد که مقدار  $\rho_c^{max}$  تابعی از قطر عملگر است. از طریق برازش منحنی، می‌توان یک رابطه برای تغییرات  $\rho_c^{max}$  نسبت به قطر را تخمین زد. این رابطه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\rho_c^{max} = \frac{3.83}{139.6 - 32.7D + 3.7D^2}, \quad D(\text{mm}) \quad (16)$$

در شکل (۸) تغییرات مقدار بی‌بعد شده  $\rho_c^{max}/\rho_{c,D=5mm}^{max}$  نسبت به قطر عملگر حلقوی نشان داده شده است. بی‌بعد سازی مقدار  $\rho_c^{max}$  با استفاده از مقدار این مؤلفه در قطر ۵ میلی‌متر صورت گرفت.

برای نمونه‌های مختلف، مقدار  $\sigma/r$  نیز محاسبه شد. نتایج نشان داد که مقدار  $\sigma/r$  هم تابعی از قطر عملگر می‌باشد. از طریق برازش منحنی، یک رابطه برای تغییرات  $\sigma/r$  نسبت به قطر تخمین زده شد. این رابطه به صورت زیر می‌باشد:

$$\sigma/r = 0.1531 \times D^{-0.617}, \quad D(\text{mm}) \quad (17)$$

در شکل (۹) تغییرات مقدار بی‌بعد شده  $\sigma/r/\sigma_{r,D=5mm}$  نسبت به قطر عملگر حلقوی نشان داده شده است. بی‌بعد سازی مقدار  $\sigma/r$  با استفاده از مقدار این مؤلفه در قطر ۵ میلی‌متر انجام شده است.

در بخش قبل، مدل سوزن-هوانگ برای عملگر جت ترکیبی پلاسمای حلقوی با شرایط مرجع [16] به کار گرفته شد و روابطی برای مؤلفه‌های  $\rho_c^{max}$  و  $\sigma/r$  نسبت به قطر عملگر در مدل به دست آمد. اکنون قصد این است تا مدل تلفیقی معرفی شده (رابطه ۱۵) که برای عملگر پلاسمای تکی تأیید شد، برای عملگر جت ترکیبی پلاسمای حلقوی نیز ارزیابی شود. به این منظور، نمونه مسئله دیگری از عملگر جت ترکیبی پلاسمای حلقوی (سانتاناکریشن و یاکوب [9]) در نظر گرفته خواهد شد. برای این عملگر، ضخامت الکترودها ۱۰ میلی‌متر و ضخامت ماده دی‌الکتریک ۰/۶۳۵ میلی‌متر است. ماده دی‌الکتریک از سرامیک آلومنیوم و ثابت دی‌الکتریک آن ۹ می‌باشد. مؤلفه حائز اهمیت این عملگر، قطر الکترودها پنهان آن است که ۱۲/۷ میلی‌متر می‌باشد. طبق نتایج قبل، مقدار  $\rho_c^{max}$  تابعی از قطر الکترودها پنهان است. ولتاژ اعمالی پله‌ای با دامنه ۵ کیلوولت و فرکانس ۲/۸ کیلوهرتز می‌باشد. ملاحظه می‌شود که جنس مواد، ابعاد عملگر و شرایط کاری این نمونه مسئله، با

شده است. همچنین از نتایج به دست آمده از کار حاضر و مقایسه آن با کار بورادیل و همکارانش [16] معلوم شد که با معیار گرفتن سرعت بیشینه محوری برای اعتبارسنجی، پروفیل‌های سرعت نیز از دقت بسیار خوبی برخوردار خواهند بود. متأسفانه کارهای تجربی یا عددی دیگری برای صحت‌سنجی رابطه (۱۵) در عملگرهای جت ترکیبی پلاسمای حلقوی موجود نیست. با بسنده کردن به کار سانتاناکریشن و یاکوب [9]، می‌توان پیش‌بینی کرد که رابطه (۱۵) برای عملگرهای جت ترکیبی پلاسمای حلقوی نیز قابل استفاده است.

### نتیجه‌گیری

در کار حاضر، یک مدل تلفیقی از طریق ارتباط مدل پلاسمای پدیدارشناختی سوزن-هوانگ و مدل رانش یون و هان به منظور تخمین مؤلفه توزیع نیروی حجمی عملگرهای پلاسمایی تعریف شد. اعمال این مدل بر روی یک عملگر پلاسمای تکی نشان از دقت و صحت این مدل دارد. همچنین نشان داده شد که در عملگرهای جت ترکیبی پلاسمای حلقوی، چگالی بار بیشینه، تابعی از قطر عملگر می‌باشد. بنابراین با تعمیم مدل حاضر برای این گونه از عملگرها، وابستگی چگالی بار بیشینه و نیروی حجمی به قطر عملگر در مدل در نظر گرفته شد. اعتبارسنجی مدل حاضر برای عملگر جت ترکیبی پلاسمای حلقوی به ازای مقدار بیشینه سرعت محوری در مقاطع مختلف با مقادیر تجربی موجود، بیانگر حداکثر خطای ۱۹ درصد می‌باشد.

### فهرست علائم

#### علائم انگلیسی

$f(\tau)$	شکل موج ولتاژ
T	رانش (نیوتون)
V	مقدار سرعت (متر بر ثانیه)
$t_e$	ضخامت الکتروود (متر)
$t_d$	ضخامت دی‌الکتریک (متر)
$\bar{f}_b$	نیروی حجمی ( $N m^{-3}$ )
$C_0$	ظرفیت معادل عملگر (فارادی)
$V_0$	ولتاژ اولیه (ولت)
$V_{app}$	ولتاژ اعمالی (ولت)

در عملگرهای جت ترکیبی پلاسمای حلقوی دیگر برای قطر ۵ میلی‌متر همین مقدار است.

حال برای مدل سانتاناکریشن و همکارانش [9] مقادیر رانش یون و هان، طول پلاسمای و ارتفاع پلاسمای به دست خواهند آمد. این مقادیر به همراه ولتاژ کاری و ضخامت دی‌الکتریک در رابطه (۱۵) قرار گرفته تا مقدار  $\rho_e^{max}$  در این مسئله جدید تخمین زده شود. مقداری که برای  $\rho_e^{max}$  در کار جدید به دست آمده است، این طور فرض می‌شود که در قطر ۵ میلی‌متر است. برای این که بتوان مقدار این مؤلفه را در مسئله اصلی با قطر ۱۲/۷ میلی‌متر به دست آورد، به کمک رابطه (۱۶) و با ایجاد یک تناسب بین مقادیر  $\rho_e^{max}$  در قطرهای ۵ میلی‌متر و ۱۲/۷ میلی‌متر، این امر محقق می‌شود. پس از انجام روندی که ذکر شد، مقدار  $\rho_e^{max}$  کار جدید [9]  $\rho_{e,D=12.7\text{ mm}}^{max} = 1.274 \times 10^{-2} (C/m^3)$  است که آن را می‌توان از رابطه (۱۷) تخمین زد که مقدار آن  $\sigma/r = 0.0294$  است. مقدار طول دبای طبق رابطه (۳)،  $\lambda_d = 1.5 \times 10^{-4} m$  می‌باشد. طبق تجربه‌ای که از شبیه‌سازی کار بورادیل و همکارانش به دست آمد، مقدار مؤلفه  $\mu$  نیز صفر در نظر گرفته می‌شود. نتایجی که برای صحت‌سنجی در کار سانتاناکریشن و یاکوب [9] موجود است، مقدار بیشینه سرعت محوری در مقاطع مختلف می‌باشد. مقایسه‌ای بین مقادیر سرعت محوری به دست آمده از کار حاضر و مرجع [9] و همچنین میزان خطا در جدول (۵) ارائه شده است.

جدول ۵ مقایسه بیشینه سرعت محوری در مقاطع مختلف برای کار حاضر و کار سانتاناکریشن و یاکوب [9]

مکان (میلی‌متر)	سرعت کار فعلی (سانتی‌متر بر ثانیه)	سرعت کار تجربی [9] (سانتی‌متر بر ثانیه)	درصد خطا
۶/۳۵	۷۴/۲	۶۲/۵	۱۸/۷
۱۲/۷	۷۱/۳	۶۳/۶	۱۱/۹
۱۹/۰۵	۶۸/۶	۵۸/۶	۱۷/۴

مقایسه سرعت محوری در کار حاضر و کار تجربی [9] نشان می‌دهد، حداکثر خطا در حدود ۱۹ درصد بوده که مقداری قابل قبول است. در کار سانتاناکریشن و یاکوب [9] تنها نمودار سرعت بیشینه محوری نسبت به فاصله از سطح، ارائه

زیر نویس ها		برد دار میدان الکتریکی ( $V m^{-1}$ )	E
بیشینه	max	فشار استاتیکی ( $N m^{-2}$ )	P
میانگین	Avg	طول ناحیه پلاسما (متر)	$l_p$
متغیر بی بعد	*	ارتفاع ناحیه پلاسما (متر)	$h_p$
سرعت	v	زمان (ثانیه)	t
رانش	T	قطر الکتروود پنهان (متر)	D
واژه نامه		علائم یونانی	
کنترل جریان	flow control	طول دمای (متر)	$\lambda_d$
رانش	thrust	چگالی سیال ( $kg m^{-3}$ )	$\rho$
عملگر پلاسما تک	single DBD plasma actuator	پتانسیل الکتریکی	$\phi$
جت ترکیبی	synthetic jet	نفوذ پذیری نسبی	$\epsilon_r$
		چگالی بار ( $C m^{-3}$ )	$\rho_c$
		مؤلفه تابع گاوسی	$\sigma$
		مؤلفه مکان تابع گاوسی	$\mu$
		فرکانس ولتاژ (هرتز)	$\omega$
تقدیر و تشکر			

## مراجع

- [1] T. C. Corke, C. L. Enloe and S. P. Wilkinson, "Dielectric Barrier Discharge Plasma Actuators for Flow Control," *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 42, pp. 505–529, (2009).
- [2] F. O. Thomas, A. Kozlov and T. C. Corke, "Plasma actuators for cylinder flow control and noise reduction," *AIAA Journal*, vol. 46, no. 8, pp. 1921–1931, (2008).
- [3] S. Walker and T. Segawa, "Mitigation of flow separation using DBD plasma actuators on airfoils: A tool for more efficient wind turbine operation," *Renew Energy*, vol. Complete, no. 42, pp. 105–110, (2012).
- [4] S. Grundmann and C. Tropea, "Delay of boundary-layer transition using plasma actuators," *46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, (2008).
- [5] S. Yarusevych and M. Kotsonis, "Effect of local DBD plasma actuation on transition in a laminar separation bubble," *Flow, Turbulence and Combustion 2016 98:1*, vol. 98, no. 1, pp. 195–216, (2016).
- [6] Moreau and Eric, "Airflow control by non-thermal plasma actuators," *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 40, no. 3, pp. 605–636, (2007).
- [7] D. M. Orlov, T. Apker, C. He, H. Othman and T. C. Corke, "Modeling and experiment of leading edge separation control using SDBD plasma actuators," *Collection of Technical Papers - 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, vol. 15, pp. 10651–10668, (2007).
- [8] T. C. Corke, M. L. Post and D. M. Orlov, "Single dielectric barrier discharge plasma enhanced aerodynamics: physics, modeling and applications," *Experiments in Fluids*, vol. 1, no. 46, pp. 1–26, (2009).
- [9] A. Santhanakrishnan and J. D. Jacob, "On plasma synthetic jet actuators," *Collection of Technical Papers - 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, vol. 6, pp. 3785–3803, (2006).

- [10] A. Santhanakrishnan, J. D. Jacob and Y. B. Suzen , “ Flow control using plasma actuators and linear/annular plasma synthetic jet actuators ,” *Collection of Technical Papers - 3<sup>rd</sup> AIAA Flow Control Conference*, vol. 2, pp. 685–715, (2006).
- [11] A. Santhanakrishnan and J. D. Jacob , “ Flow control with plasma synthetic jet actuators ,” *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 40, no. 3, pp. 637–651, (2007).
- [12] A. Santhanakrishnan, D. A. Reasor and R. P. Lebeau , “ Unstructured numerical simulation of experimental linear plasma actuator synthetic jet flows ,” *46<sup>th</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, (2008).
- [13] A. Santhanakrishnan, D. A. Reasor and R. P. LeBeau , “ Characterization of linear plasma synthetic jet actuators in an initially quiescent medium ,” *Physics of Fluids*, vol. 21, no. 4, p. 043602, (2009).
- [14] A. B. Liu, P. F. Zhang, B. Yan, C. F. Dai and J. J. Wang , “ Flow characteristics of synthetic jet induced by plasma actuator ,” *AIAA Journal*, vol. 49, no. 3, pp. 544–553, (2012).
- [15] G. Neretti, P. Seri, M. Taglioli, A. Shaw, F. Iza and C. A. Borghi , “ Geometry optimization of linear and annular plasma synthetic jet actuators ,” *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 50, no. 1, p. 015210, (2017).
- [16] H. Borradaile, K. Kourtzanidis, F. Rogier, K. S. Choi and X. Mao , “ Flow reversal in millimetric annular DBD plasma actuator ,” *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 54, no. 34, (2021).
- [17] R. A. Humble, S. A. Craig, J. Vadyak, P. D. McClure, J. W. Hofferth and W. S. Saric , “ Spatiotemporal structure of a millimetric annular dielectric barrier discharge plasma actuator ,” *Physics of Fluids*, vol. 25, no. 1, p. 017103, (2013).
- [18] Y. B. Suzen, P. G. Huang, J. D. Jacob and D. E. Ashpis , “ Numerical simulations of plasma based flow control applications ,” *35<sup>th</sup> AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, (2005).
- [19] J.S. Yoon and J.H. Han , “ Semiempirical thrust model of dielectric barrier Plasma actuator for flow control ,” *Journal of Aerospace Engineering*, vol. 28, no. 1, p. 04014041, (2013).
- [20] J.S. Yoon and J.H. Han , “ One-equation modeling and validation of dielectric barrier discharge plasma actuator thrust ,” *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 47, no. 40, p. 405202, (2014).
- [21] B. Jayaraman and W. Shyy , “ Modeling of dielectric barrier discharge-induced fluid dynamics and heat transfer ,” *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 44, no. 3, pp. 139–191, (2008).
- [22] A. Bouchmal , “ Modeling of dielectric barrier discharge actuator: implementation, validation and generalization of an electrostatic model ,” *Delft University of Technology*, (2011).
- [23] M. Abdollahzadeh, J. C. Páscoa and P. J. Oliveira, “Modified split-potential model for modeling the effect of DBD plasma actuators in high altitude flow control ,” *Current Applied Physics*, vol. 14, no. 8, pp. 1160–1170, (2014).
- [24] Y. B. Suzen, P. G. Huang and D. E. Ashpis , “ Numerical simulations of flow separation control in low-pressure turbines using plasma actuators ,” *Collection of Technical Papers - 45<sup>th</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting*, vol. 16, pp. 11358–11365, (2007).
- [25] R. Durscher and S. Roy, “ Evaluation of thrust measurement techniques for dielectric barrier discharge actuators ,” *Experiments in Fluids*, vol. 53, no. 4, pp. 1165–1176, (2012).