



## Study of Ratcheting Behavior of 304L Stainless Steel Branch Pipes by Using Chaboche and Combined Hardening Models

### ARTICLE INFO

#### Article Type

Original Research

#### Authors

Zakavi S.J.<sup>\*1 PhD</sup>,  
Mohammadi Asl H.<sup>1 MSc</sup>,  
Babae D.<sup>1 MSc</sup>

#### How to cite this article

Zakavi S.J, Mohammadi Asl H, Babae D. Study of Ratcheting Behavior of 304L Stainless Steel Branch Pipes by Using Chaboche and Combined Hardening Models. Modares Mechanical Engineering. 2019;19(9): 2193-2201.

<sup>1</sup>Mechanical Engineering Department, Engineering Faculty, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, Iran

#### \*Correspondence

Address: Mechanical Engineering Department, Engineering Faculty, University of Mohaghegh Ardabili, Daneshgah Street, Ardabil, Iran.  
Postal code: 5619911367  
Phone: +98 (45) 31505012  
Fax: -  
zakavi@uma.ac.ir

#### Article History

Received: July 26, 2018  
Accepted: February 7, 2019  
ePublished: September 01, 2019

### ABSTRACT

In this paper, finite element analysis with combined (nonlinear isotropic/AF kinematic hardening model) and chaboche hardening models are employed to investigate ratcheting behavior in stainless steel branch pipes under dynamic moments and internal pressure. Obtained results show that the maximum value of ratcheting strain takes place in the junction of branch pipes in the hoop stress direction. In this case, the rate of progressive strains increases with the increase of the bending moment levels in constant internal pressure. Furthermore, this study reveals that the geometry and dimensions of branch pipes have a significant impact on the rate of progressive strains. The bending moment levels to initiate strain accumulation phenomena will be increased with the increase of the dimensions of branch pipes. In the BSS1 sample, comparison between results obtained using progressive strains with combined and chaboche hardening models are much better than those of Armstrong-Fredrick hardening model and are near to the experimental data. Of course, in BSS2 sample, the behavior of ratcheting with combined hardening model is near the experimental results. For the BSS3 sample, the prediction of ratcheting with the chaboche hardening model is better than using the other strain hardening models and are near to the experimental data. Like the carbon steel samples studied in the recent paper, compared to the Armstrong-Frederick hardening model, the chaboche and combined hardening models exhibit an appropriate prediction and similar to experimental results in stainless steel samples.

**Keywords** Stainless Steel Branch; Ratcheting Behavior; Combined Hardening Model; Chaboche Hardening Model; Bending Loading

### CITATION LINKS

[1] Notes on incremental collapse in pressure ... [2] Measurement of dynamic response and failure of ... [3] On the Ohno-Wang kinematic hardening rules for multiaxial ratcheting modeling of medium carbon ... [4] Influence of non-proportional loading on ratcheting responses and simulations by two recent cyclic plasticity ... [5] Cyclic strain accumulation of plain stainless steel pressurized cylinders subjected to dynamic ... [6] The ratcheting behavior of pressurized plain pipework subjected to cyclic bending moment with the combined ... [7] Study on strain accumulation of carbon steel pressurized piping elbows under dynamic ... [8] The effect of basic factors on strain accumulation of pressurized piping elbows under ... [9] Evaluation of several hardening models in the ratcheting behavior of piping branch with different diameter ... [10] Cumulative damage assessment of pressurized piping branch junctions under in-plane run pipe simulated ... [11] Single frequency seismic loading tests on pressurized branch pipe intersections machined ... [12] Ratcheting of cyclically hardening and ... [13] Ratcheting of cyclically hardening and ... [14] Current state of the art in constitutive modeling ... [15] Anatomy of coupled constitutive models for ... [16] Kinematic hardening rules in uncoupled modeling for multiaxial ... [17] An advancement in cyclic plasticity modeling for multiaxial ... [18] Constitutive equations for cyclic plasticity a ... [19] Kinematic hardening rules with critical state of dynamic recovery, part I: Formulation and basic features ... [20] Kinematic hardening model suitable for ratcheting ... [21] Biaxial ratcheting deformation of type 304 stainless steel: Effect of memorization ... [22] Improved ratcheting analysis ... [23] Uniaxial and biaxial ratcheting study of SA333 Gr.6 steel ... [24] Recent progresses in experimental investigation and finite element analysis of ratcheting ... [25] Ratcheting failure of pressurized straight pipes and elbows ... [26] Axial and hoop ratcheting assessment in pressurized steel elbow pipes ... [27] Study on ratcheting effect of pressurized straight pipe with local wall ... [28] Modelling of cyclic plasticity for austenitic stainless ... [29] Mechanics of solid ...

## بررسی رفتار کرنش‌های پیش‌رونده لوله‌های سهراهی از جنس فولاد ضدزنگ L۳۰۴ براساس مدل‌های سخت‌شوندگی شابوشی و ترکیبی

سیدجاوید زکوی \* PhD

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل، ایران

هادی محمدی اصل MSc

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل، ایران

داود بابایی MSc

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل، ایران

### چکیده

در این مقاله، تحلیل المان محدود با مدل‌های سختی غیرخطی ترکیبی (مدل سینماتیکی آرمسترانگ- فردریک همراه با قانون سخت‌شوندگی ایزوتروپیک) و مدل شابوشی برای بررسی رفتار کرنش‌های پیش‌رونده در لوله‌های سهراهی از جنس فولاد ضدزنگ و تحت بارگذاری ممان‌های دینامیکی همراه با تاثیر فشار داخلی مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهند که مقدار حداکثر تغییر شکل‌های پیش‌رونده در محل اتصال لوله‌های سهراهی رخ می‌دهد. همچنین نرخ تغییر شکل‌های پیش‌رونده با افزایش سطح بارگذاری خمشی در فشار ثابت افزایش می‌یابد. ملاحظه می‌شود که هندسه و ابعاد لوله سهراهی بر میزان و نرخ کرنش‌های پیش‌رونده تاثیر بسزایی دارد. مقایسه نشان می‌دهد نتایج عددی حاصل از کرنش‌های پیش‌رونده در نمونه BSS1 (نمونه اول لوله سهراهی از جنس فولاد ضدزنگ) با مدل سختی ترکیبی و شابوشی در مقایسه با نتایج حاصل از مدل سختی آرمسترانگ فردریک بهتر بوده و به داده‌های تجربی نزدیک‌تر است. پیش‌بینی رفتار کرنش‌های پیش‌رونده در BSS2 براساس مدل ترکیبی در مقایسه با سایر مدل‌ها به نتایج تجربی نزدیک‌تر است. البته در نمونه BSS3 این پیش‌بینی رفتار، توسط مدل شابوشی در مقایسه با سایر مدل‌ها بهتر و به نتایج تجربی نزدیک‌تر است. همانند نمونه‌های فولاد کربنی ساده که در مقاله اخیر مورد مطالعه قرار گرفته، هر دو مدل سختی شابوشی و ترکیبی در مقایسه با مدل سختی آرمسترانگ- فردریک پیش‌بینی مناسب و تا حدودی مشابه هم نسبت به نتایج تجربی در نمونه‌های فولاد ضدزنگ از خود نشان می‌دهند.

**کلیدواژه‌ها:** لوله سهراهی ضدزنگ، رفتار کرنش‌های پیش‌رونده، مدل سخت‌شوندگی ترکیبی، مدل سختی شابوشی، بارگذاری خمشی

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۴/۵

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۱۱/۱۸

\* نویسنده مسئول: zakavi@uma.ac.ir

تنش‌های سیکنی باعث ایجاد پدیده شیک دان یا پدیده کرنش پیش‌رونده می‌شود. مطالعات گذشته محققان نشان می‌دهد که راه حل دقیق و کاملی برای پدیده کرنش پیش‌رونده لوله‌ها که تحت فشار داخلی و بارگذاری سیکنی هستند، ارایه نشده است. با این حال چند راه حل تقریبی توسط بنی<sup>[2]</sup>، چن<sup>[3]</sup>، تسنیم<sup>[4]</sup> و زهساز<sup>[5]</sup> برای این پدیده ارایه شده است. زکوی و همکاران<sup>[6]</sup> نشان دادند که با استفاده از مدل سخت‌شوندگی ایزوتروپیک/سینماتیک غیرخطی (ترکیبی) نتایج عددی تطابق خوبی با نتایج تجربی در لوله‌های مستقیم دارد. همچنین زکوی و همکاران<sup>[7, 8]</sup> به ارزیابی مدل آرمسترانگ-فردریک در پیش‌بینی کرنش‌های پیش‌رونده در لوله‌های زانویی پرداخته و ملاحظه نمودند که کرنش‌های پیش‌رونده در ممان‌های پایین به نتایج تجربی نزدیک و در

ممان‌های بالا نتایج به‌دست‌آمده از روش عددی فراتخمین است. زکوی و همکاران در مطالعه اخیر<sup>[9]</sup> ارزیابی مدل‌های مختلف سختی در بررسی رفتار تغییر شکل‌های پیش‌رونده اتصالات سهراهی از جنس فولاد کربنی ساده با نسبت قطر به ضخامت مختلف را بررسی و ملاحظه کردند که نرخ انباشتگی کرنش‌های پیش‌بینی‌شده توسط مدل آرمسترانگ-فردریک در همه نمونه‌ها در مقایسه با نتایج تجربی فراتخمین است. همچنین در نمونه BMS1 نتایج عددی با استفاده از مدل سخت‌شوندگی سینماتیکی شابوشی در مقایسه با دو مدل سختی آرمسترانگ- فردریک و مدل ترکیبی به نتایج تجربی نزدیک است. در نمونه‌های BMS2 و BMS3 نتایج حاصل از هر دو مدل سختی شابوشی و ترکیبی در مقایسه با مدل سختی آرمسترانگ- فردریک پیش‌بینی مناسب و تا حدودی مشابه هم نسبت به نتایج تجربی از خود نشان می‌دهند.

در این مطالعه به بررسی و بحث در مورد لوله‌های سهراهی از جنس فولاد ضدزنگ L۳۰۴ تحت فشار در معرض ممان‌های دینامیکی پرداخته و نتایج عددی با نتایج تجربی مقایسه شده است. همچنین به ارزیابی مدل‌های سختی در پیش‌بینی رفتار پدیده کرنش‌های پیش‌رونده در حضور دو جنس متفاوت پرداخته است.

## ۲- مشخصات لوله‌های سهراهی و مواد و روش‌ها

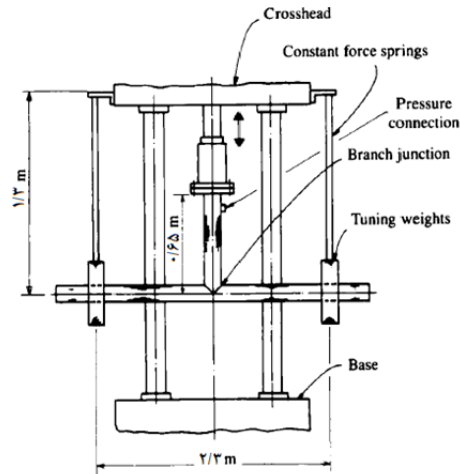
لوله‌های سهراهی از جنس فولاد ضدزنگ مورد استفاده قرار گرفته است. در جدول ۱ مشخصات هندسه سهراهی و مشخصات آزمایش به‌طور کامل ارایه شده است. همچنین خواص مواد به‌دست‌آمده از آزمون کشش ساده در جدول ۲ ارایه شده است. نمونه‌ای از دستگاه تست لوله‌های سهراهی در شکل ۱ نشان داده شده است<sup>[10]</sup>.

در این تحقیق، با استفاده از کد المان محدود آباکوس رفتار انباشتگی کرنش لوله‌های سهراهی تحت فشار داخلی از جنس فولاد ضدزنگ در معرض بارگذاری سیکنی مورد بررسی عددی قرار می‌گیرد. فرکانس آزمایش‌های تجربی در حدود ۷ هرتز است. به‌وسیله یک سری از آنالیزهای المان محدود و بر پایه مدل کرنش سختی سینماتیکی غیرخطی این پدیده بررسی و سپس انباشتگی کرنش به‌دست‌آمده با نتایج تجربی مقایسه شده‌اند.

جدول ۱) مشخصات هندسه لوله سهراهی و مشخصات تست

مشخصه سهراهی	ضخامت (میلی‌متر)	فشار تست (مگاپاسکال)	فرکانس تست (هرتز)
BSS1	۴/۲۴	۲۰/۴۹	۷/۴
BSS2	۳/۲	۱۵/۲۸	۷/۲
BSS3	۲/۷۵	۱۳/۰۶	۷

مدول یانگ (گیگاپاسکال)	۲۰۰
استحکام تسلیم (مگاپاسکال)	۲۹۲
استحکام نهایی (مگاپاسکال)	۵۹۷
تنش مجاز طراحی	۱۹۴/۶۶
نسبت پواسون	۰/۳



شکل ۱) دستگاه آزمون سهراهی تحت خمش صفحه‌ای [10]

### ۳- مروری بر کارهای تجربی

نحوه انجام آزمایش تجربی و کار با دستگاه به‌طور کامل در منبع [10]، [11]، ارایه شده که در اینجا به‌طور خلاصه به آن اشاره می‌شود. دستگاه‌های تست یونیورسال قادر به بارگذاری سیکلی است. سهراهی طوری در دستگاه تست نصب شده که حرکت سر لوله سهراهی باعث می‌شود که سهراهی تحت اثر خمش داخل صفحه قرار گیرد. بارگذاری شامل دو مرحله است. در ابتدا لوله تحت فشار داخلی قرار می‌گیرد. فشار اعمال‌شده برابر با فشار مجاز طراحی ( $P_d$ ) طبق کد *ASME* است. (۱)

$$P_d = \frac{2S_m t}{D_o - 2yt}$$

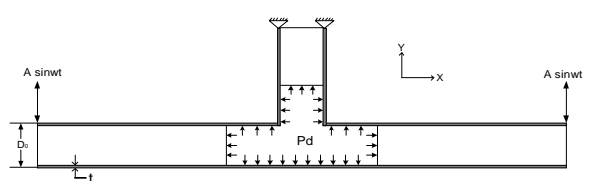
در رابطه (۱) که بیانگر فشار طراحی است،  $S_m$  تنش مجاز طراحی و  $y$  ضریب ثابت و برابر  $0.4$  است. پس از ایجاد فشار در مرحله بعدی برای ایجاد ممان خمشی متناوب در انتهای بخش مستقیم لوله بار تناوبی اعمال می‌شود. بار اعمال‌شده به‌صورت سینوسی بوده و با فرکانسی برابر با فرکانس روش تجربی در نظر گرفته شده است. مقدار کرنش‌ها در هر مرحله، توسط گیج‌های نصب‌شده روی لوله اندازه‌گیری و ثبت می‌شوند.

### ۴- روش عددی برای بررسی تغییر شکل پیش‌رونده

تلاش‌های بسیاری برای درک مفاهیم و مکانیزم شکست در اثر کرنش‌های پیش‌رونده انجام شده است [12-16] و مدل‌های بنیادی مختلفی برای شبیه‌سازی رفتار کرنش پیش‌رونده توسعه داده شده است [16-23]. برخی از این مدل‌های ساختاری برای شبیه‌سازی یک مجموعه گسترده‌ای از رفتار کرنش پیش‌رونده در سطح مواد مورد بررسی قرار گرفته است. از مرور مقالات مشاهده می‌شود که شبیه‌سازی‌های کرنش‌های پیش‌رونده موجود برای اجزای تاسیسات لوله‌کشی تحت خمش سیکلی و فشار داخلی کافی نبوده است. بنابراین، بهبود ابزارهای عددی موجود برای پیش‌بینی بهتر پاسخ‌ها مورد نیاز است.

در سال ۲۰۱۳ چین و همکاران به بررسی مروری در سال‌های اخیر در زمینه تغییر شکل‌های پیش‌رونده تجربی و عددی در لوله‌های مستقیم، زانویی‌ها و اتصالات سهراهی تحت بارهای مکانیکی و حرارتی پرداختند. روش‌های عددی شامل استفاده از چندین مدل سختی مناسب در کدهای انسیس و آباکوس است. براساس یافته‌های تجربی و عددی مرز تغییر شکل‌های پیش‌رونده و نهایتاً ارزیابی و طراحی ایمن سازه‌ها تعیین شده است که در این راستا برخی پیشنهادها ارزشمند در بررسی و مطالعه این پدیده ارایه شده است [24]. در سال ۲۰۱۳ ویشنوواردهان و همکاران برای اندازه‌گیری کرنش‌های پیش‌رونده به‌صورت تجربی یک زانویی تحت فشار داخلی و بارگذاری سیکلیک را مورد آزمایش قرار دادند. نتایج تست حاکی از آن بود که برای نمونه‌ها تحت این بارگذاری ناحیه بحرانی در قسمت پهلویی رخ داده و منجر به کاهش سطح مقطع یا به‌صورت بالون‌دار شدن در این ناحیه شده و نهایتاً از این قسمت دچار واماندگی می‌شود [25]. فروتن و همکاران در سال ۲۰۱۸ به بررسی پاسخ تغییر شکل‌های پیش‌رونده در لوله‌های زانویی ساخته‌شده از سه فولاد آلایژی در معرض خمش خارجی تحت شرایط کنترل بار براساس قانون سختی / احمدزاده - وروانی *A-V* پرداختند. مدل آنها توانایی پیش‌بینی نزدیک رفتار تغییر شکل‌های پیش‌رونده عددی با نتایج تجربی را دارد [26]. چین و همکاران در سال ۲۰۱۶ تغییر شکل‌های پیش‌رونده عددی روی لوله‌های مستقیم از جنس فولاد ضدزنگ *Z2CND18.12 N* با دیواره محلی نازک در معرض فشار داخلی و خمش تناوبی انجام دادند. تحلیل الاستیک- پلاستیک سه‌بعدی با انسیس براساس مدل *CJK* برای بررسی رفتار تغییر شکل‌های پیش‌رونده انجام شده است. مطالعات نشان می‌دهد که تغییر شکل‌های پیش‌رونده در جهت محیطی بوده و تغییر شکل‌های محوری نسبتاً کوچک است [27]. مارو و همکاران در سال ۲۰۱۶ به بررسی رفتار سازه‌ها تحت اثر بارهای سیکلی براساس خستگی و تغییر شکل‌های پیش‌رونده پرداختند. در این کار توسعه مدل عددی از روی پارامترهای سختی شاپوشی و از روی داده‌های منحنی تنش- کرنش تهیه‌شده از آزمون مواد ایجاد شده است. ملاحظه می‌شود این مدل عددی برای لوله‌ای زانویی در معرض فشار داخلی و بارهای سیکلی قابل استفاده است [28].

برای مدل‌سازی سه‌بعدی لوله سهراهی، یک لوله با قطر خارجی  $D_o$  و ضخامت  $t$ ، تحت فشار داخلی و ممان سیکلی داخل صفحه در نرم‌افزار آباکوس ایجاد شده است. مطابق با شکل ۲ که نمای شماتیک از مدل ایجادشده است. مدل از سه قسمت تشکیل شده است. قسمت اصلی در وسط سهراهی و دو بخش جانبی، لوله‌های مستقیم هستند. برای مدل‌سازی از المان هرمی از نوع *C3D4* استفاده شد. بخش اصلی مدل با  $12727$  المان مدل‌سازی شده است.



شکل ۲) نمونه لوله سهراهی

### ۵- نظریه‌های سخت‌شوندگی

هنگامی که در جسمی تغییر شکل پلاستیک ایجاد شده باشد، مقاومت آن در مقابل تغییر شکل‌های بعدی افزایش می‌یابد. این

که در آن  $\sigma$  و  $\sigma'$  به ترتیب ماتریس تنش و تنش انحرافی در فضای تنش هستند. قانون جریان به طور کلی به صورت زیر بیان می شود [27]:

$$(7)$$

$$d\varepsilon^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} = \frac{3}{2} d\lambda \frac{\sigma'}{R+k}$$

که در آن ثابت  $d\lambda$  به صورت  $d\varepsilon_p = d\lambda$  تعریف می شود:

$$(8)$$

$$dR = b(Q - R)d\varepsilon_p$$

$Q$  و  $b$  با انتگرال گیری و قراردادن مقدار اولیه صفر برای  $R$  داریم:

$$(9)$$

$$\sigma^o = k + Q[1 - \exp(-b\varepsilon_p)]$$

$\sigma^o$  اندازه سطح تسلیم آنی است.

### ۵-۲- نظریه سخت شوندهگی سینماتیک

برای حل یک مساله الاستو پلاستیک باید چهار دسته معادلات تعادل، سازگاری یا روابط کرنش-تغییر مکان، شرایط مرزی و روابط تنش-کرنش همراه با تابع تسلیم و قانون جریان به طور همزمان حل شوند. در این مدل فرض می شود که در فرآیند تغییر شکل پلاستیک، ابعاد و اندازه های سطح تسلیم در فضای تنش ها تغییر نکنند ولی مرکز آن به طور لحظه ای در امتداد برداری جابه جا شود که آن را به یک نقطه از سطح تسلیم متصل می کند به شرط آن که این نقطه نشان دهنده تانسور تنش جاری باشد. به کمک ریاضیاتی که برای فرمول بندی این مدل مورد نیاز است و با یک روش عددی تکراری می توان تنش ها و کرنش های موثر و بردار جابه جایی مرکز سطح تسلیم را در هر لحظه با استفاده از مقادیر دیفرانسیلی آنها محاسبه کرد.

قانون سخت شوندهگی ایزوتروپیک در شرایطی که تحت بارگذاری سیکلیک هستند استفاده نمی شود، چرا که در آن اثر بوشینگ در نظر گرفته نشده است. قانون سخت شوندهگی سینماتیک اجازه می دهد که سطح تسلیم بدون تغییر شکل جابه جا شود. تابع تسلیم برای پلاستیسیته مستقل از زمان با استفاده از معیار تسلیم ون میسر به صورت زیر است [29]:

$$(10)$$

$$f = J_2(\sigma - X) - k$$

$$(11)$$

$$J_2(\sigma - X) = \left[ \left( \frac{3}{2} \sigma' - X' \right) : (\sigma' - X') \right]^{\frac{1}{2}}$$

که در آن  $X$  و  $\sigma$  به ترتیب تانسورهای تنش برگشتی و تنش و  $X'$  و  $\sigma'$  تانسورهای تنش برگشتی انحرافی و تنش انحرافی در فضای تنش هستند. با استفاده از قانون پراگر داریم:

$$(12)$$

$$dX = \frac{2}{3} C d\varepsilon^p - \gamma X d\varepsilon_p$$

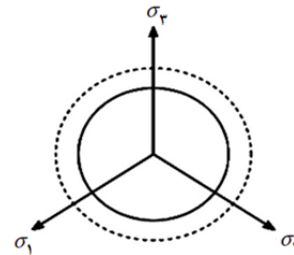
که در آن  $C$  و  $\gamma$  ضرایب سخت شوندهگی ماده در مدل سخت شوندهگی سینماتیک آرمسترانگ-فردریک هستند. با توجه به شرایط سازگاری و فرض نرمالیتته نرخ کرنش پلاستیک به صورت زیر می شود [28]:

$$(13)$$

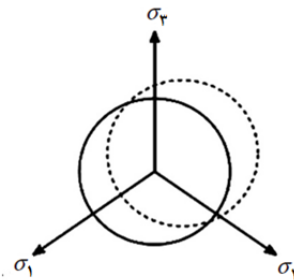
$$d\varepsilon^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} = \frac{H(f)}{h} \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} : d\sigma \right) \frac{\partial f}{\partial \sigma}$$

که  $H$  تابع پله وزنی است. به طوری که  $H(f) = 0$  اگر  $f < 0$  و  $H(f) = 1$  اگر  $f \geq 0$  باشد. نماد  $\langle \cdot \rangle$  براکت است.  $h \cdot \langle u \rangle = (u + |u|)/2$

پدیده را سخت شوندهگی می نامند. از نظر فیزیکی سخت شوندهگی افزایش تراکم نابجایی ها است. به واسطه تغییرات میکروساختاری در ماده ناشی از جریان پلاستیک، اندازه یا موقعیت ناحیه الاستیک یا هر دو تغییر می کند بنابراین در اثر پدیده سخت شوندهگی، سطح تسلیم می تواند به صورت یکنواخت بزرگ تر شود (سخت شوندهگی ایزوتروپیک - شکل ۳) یا مرکز آن در فضای تنش جابه جا شود (سخت شوندهگی سینماتیک - شکل ۴) یا در حالی که سطح تسلیم بزرگ تر می شود مرکز آن نیز جابه جا شود که ترکیب دو نوع سخت شوندهگی ایزوتروپیک و سینماتیک است.



شکل ۳) مدل سخت شوندهگی ایزوتروپیک



شکل ۴) مدل سخت شوندهگی سینماتیک

### ۵-۱- نظریه سخت شوندهگی ایزوتروپیک

در این مدل اندازه سطح تسلیم در همه جهات به طور یکنواخت تغییر می کند. مطابق این مدل فرضیه سطح بارگذاری فقط با یک متغیر  $R$  بیان می شود. برای پلاستیسیته مستقل از زمان و تغییر شکل پلاستیک ایزوتروپیک سطح تسلیم به شکل تابع زیر بیان می شود [29]:

$$(2)$$

$$f = f(\sigma, R)$$

که با وارد کردن معیار ون میسر به شکل زیر نوشته می شود [29]:

$$(3)$$

$$f = J_2(\sigma) - R - K$$

که در آن  $K$  اندازه سطح تسلیم اولیه و  $R$  پارامتر سخت شوندهگی ایزوتروپیک است که می تواند به صورت تابعی از کرنش پلاستیک به صورت زیر بیان شود:

$$(4)$$

$$R = R(\varepsilon_p)$$

که  $\varepsilon_p$  به صورت زیر تعریف می شود:

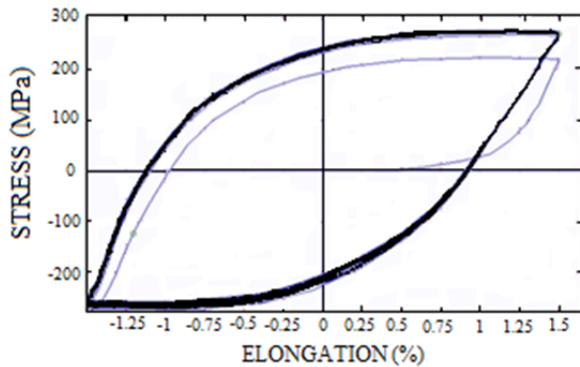
$$(5)$$

$$d\varepsilon_p = \sqrt{\frac{2}{3}} d\varepsilon^p : d\varepsilon^p$$

$J_2$  فاصله ون میسر در فضای تنش انحرافی را نشان می دهد:

$$(6)$$

$$J_2(\sigma) = \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma' : \sigma'$$



نمودار (۱) بارگذاری سیکلیک پایدارشده برای فولاد ضدزنگ ۳۰۴L

(۲۲)

$$\frac{\Delta\sigma}{2} - k = \frac{C}{\gamma} \tanh\left(\gamma \frac{\Delta\varepsilon^p}{2}\right)$$

پس از برآزش منحنی، ضرایب سخت‌شوندگی سینماتیک غیرخطی آرمسترانگ- فردریک برای فولاد ضدزنگ برابر خواهد بود با:

$$C=3941/31 \text{ MPa}, \gamma=15/88$$

با استفاده از داده‌های آزمایش نیم سیکل ساده و با استفاده از معادله زیر ضرایب ثابت ماده  $n$  و  $m$  تعیین می‌شوند:

$$\bar{\sigma} = \sigma_y \left(1 + \frac{\bar{\varepsilon}_p}{m}\right)^n$$

در معادله بالا  $\bar{\sigma}$  تنش معادل،  $\sigma_y$  تنش تسلیم اولیه در حالت تک‌محوری است. به‌وسیله معادله‌های (۱۹) و (۲۱) و با استفاده از داده‌های آزمایشی،  $\bar{\sigma}$  و  $\bar{X}$  برای هر کرنش پلاستیک معادل به دست می‌آید که  $\bar{X}$  تنش برگشتی معادل است. مولفه سخت‌شوندگی ایزوتروپیک  $\sigma^0$ ، به‌عنوان تابعی از کرنش پلاستیک به‌وسیله معادله زیر بیان می‌شود:

$$\sigma^0(\bar{\varepsilon}_p) = \bar{\sigma}(\bar{\varepsilon}_p) - \bar{X}(\bar{\varepsilon}_p)$$

پارامترهای ایزوتروپیک مواد  $Q$  و  $b$  با جفت‌سازی معادله (۲۱) با نتایج (۲۴) و با استفاده از رگرسیون غیرخطی کمترین مربعات به دست می‌آید.

ضرایب سخت‌شوندگی ایزوتروپیک برای فولاد ضدزنگ ۳۰۴L  $Q=98/11$  مگاپاسکال و  $b=1/47$  است. بنابراین برای مدل غیرخطی ترکیبی که ترکیب دو نوع مدل سخت‌شوندگی ایزوتروپیک و سینماتیک است. ضرایب سخت‌شوندگی به‌صورت زیر نتیجه می‌شود:

$$C=3941/31 \text{ MPa}, \gamma=15/88$$

$$Q=98/11 \text{ MPa}, b=1/47$$

به‌علت استفاده از مدل تجزیه‌شده شاپوشی مطابق رابطه (۲۵)، ثابت‌های ماده از سه منحنی براساس انطباق نقاط تجربی به دست می‌آید:

(۲۵)

$$dX_i = \frac{2}{3} C_i d\varepsilon^p - \gamma_i X_i d\varepsilon^p \quad i = 1, 2, 3$$

در این مرحله با استفاده از نقاط به‌دست‌آمده از آزمون‌های تجربی نیز با استفاده از رابطه سخت‌شوندگی شاپوشی و با انطباق رابطه آن بر نقاط محاسبه‌شده، سه منحنی بر داده‌های واردشده انطباق گشته و در نهایت پارامترهای سخت‌شوندگی ماده استخراج می‌شود. ابتدا یک منحنی برای ناحیه اول بعد از شروع تسلیم با مدول بالا ( $i=1$ )

ضریب سخت‌شوندگی است که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

(۱۴)

$$h = C - \frac{3}{2} \gamma X: \frac{\sigma' - X'}{K}$$

در حالت کشش و فشار داریم [29]:

(۱۵)

$$f = |\sigma - X| - k = 0$$

(۱۶)

$$d\varepsilon_p = \frac{1}{h} \left( \frac{\sigma - X}{k} d\sigma \right) \frac{\sigma - X}{k} = \frac{d\sigma}{h}$$

(۱۷)

$$dX = C d\varepsilon_p - \gamma X |d\varepsilon_p|$$

(۱۸)

$$h = C - \gamma X \text{Sgn}(\sigma - X)$$

(۱۹)

$$X = v \frac{C}{\gamma} + \left( X_0 - v \frac{C}{\gamma} \right) \exp[-v\gamma(\varepsilon_p - \varepsilon_{p0})]$$

که  $v = \pm 1$  مطابق جهت جریان،  $X_0$  و  $\varepsilon_{p0}$  مقادیر اولیه هستند.

۳-۵- نظریه سخت‌شوندگی ایزوتروپیک / سینماتیک غیرخطی (مدل ترکیبی)

در مدل سینماتیک مرکز سطح تسلیم در فضای تنش حرکت می‌کند. اما وقتی مدل ترکیبی مورد استفاده قرار می‌گیرد دامنه سطح تسلیم ناشی از اجزای ایزوتروپیک منبسط می‌شود. مولفه سخت‌شوندگی سینماتیک غیرخطی، انتقال سطح تسلیم در فضای تنش از طریق تنش برگشتی  $X$  را بیان می‌کند و مولفه ایزوتروپیک تغییر تنش معادل با تعریف اندازه سطح تسلیم  $R$  به‌عنوان تابعی از تغییر شکل پلاستیک را بیان می‌کند. در سخت‌شوندگی سینماتیکی داریم که:

(۲۰)

$$dX = C \frac{1}{R} (\sigma - X) d\varepsilon_p - \gamma X d\varepsilon_p$$

موقعی که  $\gamma = 0$  باشد قانون سخت‌شوندگی خطی دیگر به دست می‌آید.

در رفتار سخت‌شوندگی ایزوتروپیک داریم:

(۲۱)

$$R = k + Q(1 - e^{-b\varepsilon_p})$$

$K$  تنش تسلیم در کرنش پلاستیک صفر است.  $Q$  ماکزیمم اندازه سطح تسلیم و  $b$  نرخ است که اندازه سطح تسلیم و وقتی کرنش پلاستیک اتفاق می‌افتد، تغییر می‌کند. موقعی که  $R=K$  می‌شود، مدل به مدل سخت‌شوندگی غیرخطی تبدیل می‌شود.

۴-۵- به‌دست‌آوردن ضرایب سخت‌شوندگی نمونه‌های تحت آزمون

در اینجا برای به‌دست‌آوردن ضرایب سخت‌شوندگی در مدل سخت‌شوندگی غیرخطی، از روش سیکل‌های پایدار استفاده شده است. از روی منحنی‌های پایدارشده از آزمون‌های با کنترل دامنه

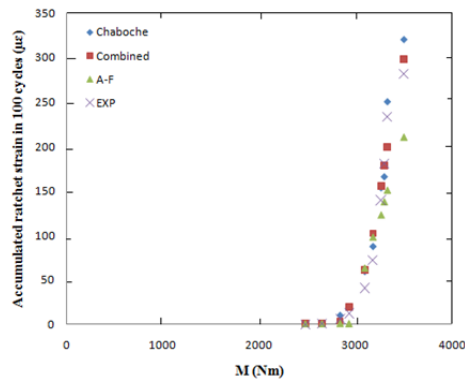
کرنش در محدوده‌های مختلف، مقادیر محدوده تنش  $\Delta\sigma$  و مقدار تنش تسلیم  $k$  و همچنین محدوده کرنش پلاستیک  $\Delta\varepsilon^p$  برای هر

مورد از آزمایش‌ها به‌دست آمده است (برای مثال آزمون بارگذاری سیکلیک در نمودار ۱ برای دامنه کرنش محدود در فولاد ضدزنگ

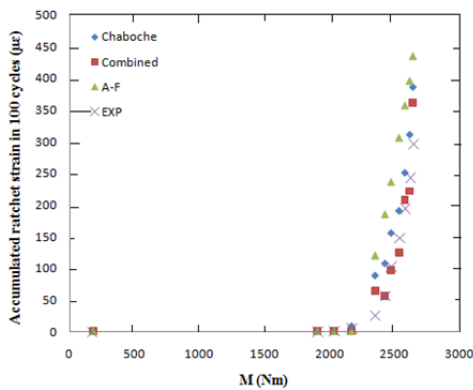
۳۰۴L ارائه شده است). سپس مقادیر  $k$  و  $\Delta\sigma$  در برابر  $\Delta\varepsilon^p$  برای آزمون‌های مختلف رسم می‌شود. معادله مورد نظر برای انطباق

و برآزش داده‌ها به‌صورت رابطه (۲۲) است و ضرایب ثابت ماده  $C$  و می‌شود:

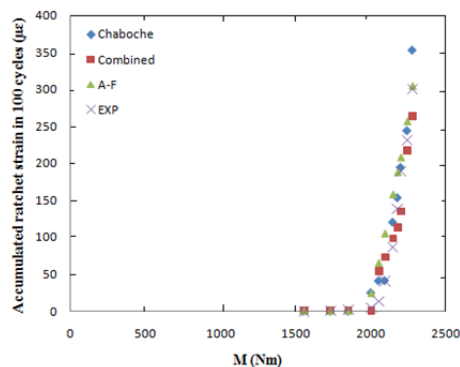
در رابطه (۲۵)، منحنی دوم به ناحیه مدول ثابت قسمت غیرخطی در کرنش بالاتر ( $i=2$ ) و منحنی سوم به ناحیه ماقبل گلوبی قسمت خطی ( $i=3$ ) در نظر گرفته می‌شود. (نمودار ۲). نهایتاً ضرایب ثابت ماده  $C_1, C_2, C_3, \gamma_1, \gamma_2$  و  $\gamma_3$  می‌شوند (جدول ۳).



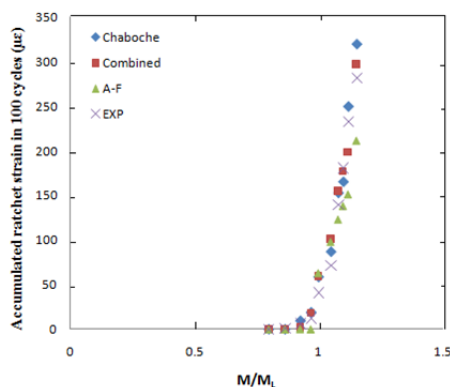
نمودار ۳) تغییرشکل‌های پیش‌رونده به‌دست‌آمده از نتایج تجربی و عددی برای نمونه BSS1 برحسب گشتاور



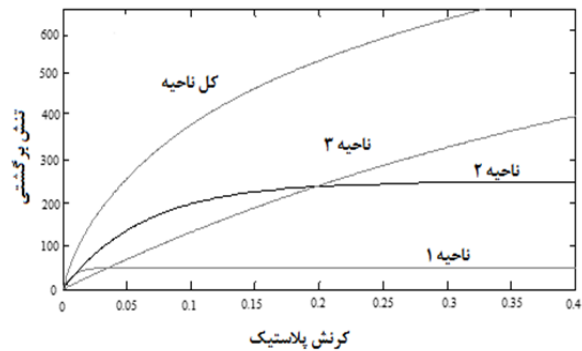
نمودار ۴) تغییرشکل‌های پیش‌رونده به‌دست‌آمده از نتایج تجربی و عددی برای نمونه BSS2 برحسب گشتاور



نمودار ۵) تغییرشکل‌های پیش‌رونده به‌دست‌آمده از نتایج تجربی و عددی برای نمونه BSS3 برحسب گشتاور



نمودار ۶) تغییرشکل‌های پیش‌رونده به‌دست‌آمده از نتایج تجربی و عددی برای نمونه BSS1 برحسب نسبت  $M/M_L$



نمودار ۲) نمای شماتیک از مدل سختی شاپوشی برای فولاد ضد زنگ ۳۰۴L

جدول ۳) نتایج حاصل از انطباق برای فولاد ضدزنگ 304L

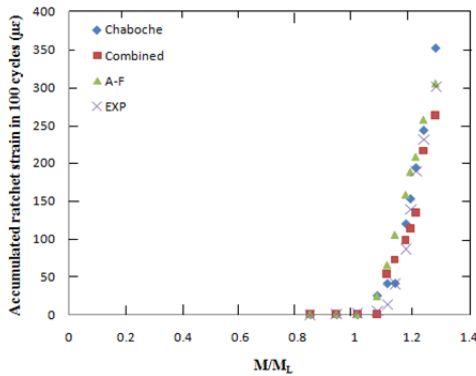
$C_1$ (مگاپاسکال)	$\gamma_1$	$C_2$ (مگاپاسکال)	$\gamma_2$	$C_3$ (مگاپاسکال)	$\gamma_3$
۶۰۶۲/۰۷	۱۱۹/۳۶	۴۴۵۲/۸۵	۲۴/۶۵	۱۴۵۶/۴۳	۴/۶

### نتایج عددی و تجربی

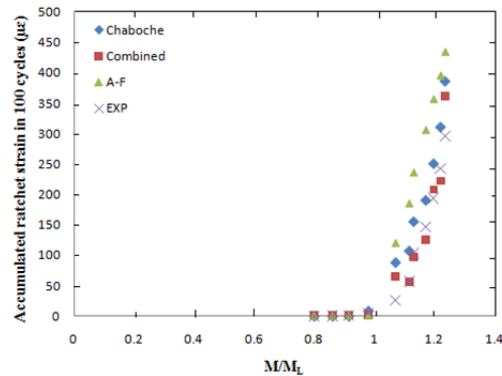
امروز استفاده از مدل‌های کرنش سختی بهبودیافته در روش‌های عددی برای بررسی رفتار انباشتگی کرنش گسترش فراوان یافته است. در این تحقق با استفاده از کد المان محدود غیرخطی آباکوس برای ارزیابی رفتار انباشتگی کرنش لوله‌های سهرای تحت بارگذاری فشار به همراه ممان دینامیکی مشابه اثرات زمین‌لرزه‌ای استفاده شده است. لوله سهرای تحت فشار و بارگذاری سیکلی دارای ۲/۵ متر طول ساقه لوله است که در محیطی سه‌بعدی و با مش‌بندی شده که این تعداد المان انتخاب شده پس از آزمون‌های مکرر و ارایه آزمایش همگرا انتخاب شده است. نتایج به‌دست‌آمده از مدل‌سازی سه‌بعدی خیلی بهتر از نتایج مدل‌سازی دوبعدی بوده و مدل‌سازی سه‌بعدی پیش‌بینی‌های دقیق‌تری را از رفتار غیرخطی لوله‌های په راهی تحت بارگذاری ارایه می‌دهد.

تغییر شکل‌های پیش‌رونده برای لوله‌های سهرای BSS1 و BSS2 و BSS3 در برابر گشتاور خمشی دینامیکی در نمودارهای ۳ تا ۵ و در برابر نسبت ممان  $M/M_L$  نمودارهای ۶ تا ۸ نمایش داده شده است. همچنین داده‌های تجربی و عددی به‌دست‌آمده از کرنش‌های پیش‌رونده برای نمونه BSS2 در جدول ۴ به‌طور خلاصه ارایه شده است.

در این مطالعه، مشاهدات تجربی و نتایج عددی کرنش‌های پیش‌رونده با یکدیگر مقایسه شده‌اند. داده‌های تجربی و نتایج شبیه‌سازی شده نشان می‌دهد که خمش سیکلی لوله‌ها، کرنش‌های پیش‌رونده را در لوله ایجاد می‌کند که به این کرنش‌ها کرنش‌های پیش‌رونده گفته می‌شود. مقدار حداکثر کرنش‌های پیش‌رونده در نزدیکی محل اتصال لوله‌های سهرای اتفاق می‌افتد. کرنش‌های پیش‌رونده در جهت محیطی انتشار می‌یابند. این تحقیقات، برای ارزیابی مکانیزم شکست خستگی کرنش‌های پیش‌رونده و گسترش و بررسی توانایی مدل‌های سختی در ارزیابی مناسب کرنش‌های پیش‌رونده در اجزای تاسیسات لوله‌ای لازم و ضروری هستند.



نمودار ۸) تغییرشکل‌های پیش‌رونده به‌دست‌آمده از نتایج تجربی و عددی برای نمونه BSS3 برحسب نسبت  $M/M_L$



نمودار ۹) تغییرشکل‌های پیش‌رونده به‌دست‌آمده از نتایج تجربی و عددی برای نمونه BSS2 برحسب نسبت  $M/M_L$

جدول ۴) نتایج عددی و تجربی برای نمونه تحت آزمون BSS2

مقدار ممان دینامیکی (Nm)	$M/M_L$	تعداد سیکل بارگذاری	نتایج کرنش پیش‌رونده از آزمون تجربی (με)	نتایج کرنش پیش‌رونده از مدل سختی آرمسترانگ-فردریک (με)	نتایج کرنش پیش‌رونده از مدل سختی ترکیبی (με)	نتایج کرنش پیش‌رونده از مدل سختی چابوشی (με)
۱۷۷۵	۰/۸	۹۰	۰	۰	۰	۰
۱۹۰۸/۵	۰/۸۶۲	۹۰	۰/۵	۰	۰	۰
۲۰۳۷/۵	۰/۹۱۵	۹۰	۱/۸	۰	۰	۰
۲۱۷۲	۰/۹۸	۹۰	۵/۵	۰	۰	۸/۵
۲۳۵۴	۱/۰۷	۹۰	۲۶	۱۲۰	۶۳/۹۵	۸۸
۲۴۳۰	۱/۱۱۵	۹۰	۵۷	۱۸۵	۵۵/۵	۱۰۷
۲۴۷۷	۱/۱۳	۹۰	۱۰۳	۲۳۶	۹۶/۴۵	۱۵۵
۲۵۳۸/۵	۱/۱۷	۹۰	۱۴۷	۳۰۶	۱۲۴/۹۸	۱۹۰
۲۵۸۴/۵	۱/۱۹۶	۹۰	۱۹۳/۵	۳۵۷	۲۰۸	۲۵۰
۲۶۲۱	۱/۲۱۹	۹۰	۲۴۲/۵	۳۹۶	۲۲۲	۳۱۰
۲۶۴۶	۱/۲۳۴	۹۰	۲۹۵	۴۳۵	۳۶۲	۳۵۸

فردریک با تاخیر و در نسبت ممان  $M/M_L=1/0.7$  اتفاق می‌افتد. همچنین براساس نمودار ۸ برای نمونه BSS3، آغاز کرنش‌های پیش‌رونده تجربی در نسبت ممان  $M/M_L=0.938$  و براساس مدل‌های سختی شاپوشی و آرمسترانگ-فردریک در  $M/M_L=1/0.8$  و براساس مدل سختی ترکیبی با تاخیر و در نسبت ممان  $M/M_L=1/1.15$  اتفاق می‌افتد.

همچنین مقایسه نتایج حاصل برای لوله‌های سهراهی با جنس فولاد ضدزنگ با نتایج به‌دست‌آمده در مطالعه زکوی و همکاران<sup>[9]</sup> در مورد لوله‌های سهراهی از جنس فولاد کربنی ساده نشان می‌دهد که در نمونه‌های BSS2 و BMS2 آغاز کرنش‌های پیش‌رونده تجربی در حدود  $M/M_L=0.84$  و عددی در حدود  $M/M_L=1$  است. برای نمونه‌های BSS3 و BMS3 شروع کرنش‌های پیش‌رونده تجربی در حدود  $M/M_L=0.95$  و عددی در حدود  $M/M_L=1/1$  بوده که بسیار نزدیک بهم هستند. حال آن که در نمونه BSS1 آغاز کرنش‌های پیش‌رونده تجربی در حدود  $M/M_L=0.93$  و عددی در حدود  $M/M_L=0.84$  و برای نمونه BMS1 آغاز کرنش‌های پیش‌رونده تجربی در حدود  $M/M_L=0.86$  و عددی در حدود  $M/M_L=0.92$  است که با هم اختلاف اندکی مشاهده می‌شود.

### ۷- نتیجه‌گیری

در این تحقیق رفتار بررسی انباشتگی کرنش لوله‌های سهراهی فولاد ضدزنگ تحت اثر ممان‌های خمشی داخل صفحه توصیف شده و تأثیرات فشار داخلی و گشتاورهای خمشی در تغییر شکل‌های پیش‌رونده بررسی شده است. از مدل‌های سخت‌شوندگی

کرنش‌های پیش‌رونده به‌دست‌آمده عددی با نتایج تجربی تحت سه مدل سختی شاپوشی، مدل آرمسترانگ-فردریک و مدل ترکیبی برای هر نمونه BSS در نمودارهای ۳ تا ۵ نشان داده شده است. مطابق آن نتایج عددی حاصل از کرنش‌های پیش‌رونده در نمونه BSS1 با مدل سخت‌شوندگی ترکیبی و شاپوشی در مقایسه با نتایج حاصل از مدل سخت‌شوندگی آرمسترانگ فردریک بهتر بوده و به داده‌های تجربی نزدیک‌تر است. البته پیش‌بینی رفتار کرنش‌های پیش‌رونده در نمونه BSS2 براساس مدل ترکیبی در مقایسه با سایر مدل‌ها به نتایج تجربی نزدیک‌تر است. به‌طوری که برای نمونه BSS3 این پیش‌بینی رفتار، توسط مدل شاپوشی در مقایسه با سایر مدل‌های سختی بهتر و به نتایج تجربی نزدیک‌تر است. دلیل اختلاف در ممان‌های دینامیکی بالا، این است که در روش تجربی از روش افزایش مقدار ممان استفاده شده است. در این روش به خاطر وجود سابقه بارگذاری و در نتیجه سخت‌شدن قطعه، به‌طور موثر موجب اختلاف در مقدار تغییر شکل‌های پیش‌رونده می‌شود در حالی که در روش عددی در هر مرحله، یک نمونه جدید تحت بارگذاری قرار گرفته و تحلیل می‌شود.

همچنین مطابق نمودار ۶ آغاز کرنش‌های پیش‌رونده در نمونه BSS1 براساس مدل آرمسترانگ-فردریک با آغاز کرنش‌های پیش‌رونده تجربی برابر و در  $M/M_L=0.865$  بوده و در این نمونه براساس مدل‌های شاپوشی و ترکیبی این امر با تاخیر و در نسبت ممان  $M/M_L=0.927$  اتفاق می‌افتد.

در نمودار ۷ برای نمونه BSS2، آغاز کرنش‌های پیش‌رونده تجربی در نسبت ممان  $M/M_L=0.861$  و براساس مدل سختی شاپوشی در  $M/M_L=0.98$  و براساس مدل‌های سختی ترکیبی و آرمسترانگ-

$\sigma$	تانسور تنش
$\sigma^0$	اندازه سطح تسلیم لحظه‌ای
$\sigma'$	تانسور تنش انحرافی
$\sigma_a$	تنش محوری (طولی)
$\sigma_h$	تنش محیطی (هوب)
$\sigma_y$	تنش تسلیم

**منابع**

- 1- Edmunds HG, Beer FJ. Notes on incremental collapse in pressure vessels. Journal of Mechanical Engineering Science. 1961;3(3):187-199.
- 2- Beaney EM. Measurement of dynamic response and failure of pipework. Strain. 1991;27(3):89-94.
- 3- Chen X, Jiao R, Kim KS. On the Ohno-Wang kinematic hardening rules for multiaxial ratcheting modeling of medium carbon steel. International Journal of Plasticity. 2005;21(1):161-184.
- 4- Hassan T, Taleb L, Krishna Sh. Influence of non-proportional loading on ratcheting responses and simulations by two recent cyclic plasticity models. International Journal of Plasticity. 2008;24(10):1863-1889.
- 5- Zehsaz M, Zakavi SJ, Mahbadi H, Eslami MR. Cyclic strain accumulation of plain stainless steel pressurized cylinders subjected to dynamic bending moment. Journal of Applied Science. 2008;8(18):3129-3138.
- 6- Zakavi SJ, Zehsaz M, Eslami MR. The ratcheting behavior of pressurized plain pipework subjected to cyclic bending moment with the combined hardening model. Nuclear Engineering and Design. 2010;240(4):726-737.
- 7- Zakavi SJ, Nourbakhsh M. Study on strain accumulation of carbon steel pressurized piping elbows under dynamic out-of-plane bendings. Modares Mechanical Engineering. 2015;14(15):218-224. [Persian]
- 8- Zakavi SJ, Nourbakhsh M. The effect of basic factors on strain accumulation of pressurized piping elbows under dynamic moments. Modares Mechanical Engineering. 2015;15(5):412-418. [Persian]
- 9- Zakavi SJ, Malekzadeh B, Shayestehnia E, Shiralivand B. Evaluation of several hardening models in the ratcheting behavior of piping branch with different diameter/thickness ratios. Modares Mechanical Engineering. 2018;18(2):201-208. [Persian]
- 10- Yahiaoui K, Moffat DG, Moreton DN. Cumulative damage assessment of pressurised piping branch junctions under in-plane run pipe simulated seismic bending. International Journal of Pressure Vessels and Piping. 1995;63(2):119-128.
- 11- Yahiaoui K, Moffat DG, Moreton DN. Single frequency seismic loading tests on pressurized branch pipe intersections machined from solid. The Journal of Strain Analysis for Engineering Design. 1993;28(3):197-207.
- 12- Hassan T, Kyriakides S. Ratcheting of cyclically hardening and softening materials: I. Uniaxial behavior. International Journal of Plasticity. 1994;10(2):149-184.
- 13- Hassan T, Kyriakides S. Ratcheting of cyclically hardening and softening materials: II. Multiaxial behavior. International Journal of Plasticity. 1994;10(2):185-212.
- 14- Ohno N. Current state of the art in constitutive modeling for ratcheting. 14<sup>th</sup> International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT 14), August 17-22, 1997, Lyon, France. Lyon: IASMiRT; 1997. p. 201-212.
- 15- Bari Sh, Hassan T. Anatomy of coupled constitutive

سینماتیکی غیرخطی شاپوشی، ترکیبی و آرمسترانگ-فردریک برای آنالیز رفتار لوله سه‌راهی تست شده تحت شرایط بارگذاری سیکلیک استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد که مقدار حداکثر کرنش تغییر شکل‌های پیش‌رونده در محل اتصال لوله‌های سه‌راهی رخ می‌دهد. نرخ کرنش تغییر شکل‌های پیش‌رونده با افزایش سطح بارگذاری خمشی در فشار داخلی ثابت افزایش می‌یابد که نتایج عددی نیز همین مورد را به وضوح نشان می‌دهد. با افزایش مقدار فشار داخلی مقدار کرنش تغییر شکل‌های پیش‌رونده افزایش خواهد یافت که این موضوع در نتایج عددی نیز به وضوح دیده می‌شود. هر چه مقدار ضخامت لوله‌ها بیشتر باشد مقدار گشتاور لازم برای شروع کرنش‌های پیش‌رونده نیز افزایش خواهد یافت. نرخ تغییر شکل‌های پیش‌رونده پیش‌بینی شده توسط روش عددی براساس مدل سختی شاپوشی و ترکیبی بهتر از مدل آرمسترانگ-فردریک بوده و ارزیابی مناسبی به‌ویژه در ممان‌های کم ارائه می‌دهد.

**تشکر و قدردانی:** از همکاری ارکان گروه مهندسی مکانیک دانشگاه محقق اردبیلی که در انجام این امر همکاری لازم را به عمل آوردند تقدیر و تشکر می‌شود.

**تاییدیه اخلاقی:** موردی توسط نویسندگان بیان نشد.

**تعارض منافع:** موردی توسط نویسندگان بیان نشد.

**سهم نویسندگان:** سیدجاوید زکوی (نویسنده اول)، نگارنده مقدمه/پژوهشگر کمکی/نگارنده بحث (۳۴٪)؛ هادی محمدی اصل (نویسنده دوم)، پژوهشگر اصلی/تحلیلگر آماری (۳۳٪)؛ داود بابایی (نویسنده سوم)، پژوهشگر اصلی/تحلیلگر آماری (۳۳٪)

**منابع مالی:** با حمایت دانشگاه محقق اردبیلی انجام شده است.

**۸- پی‌نوشت**

**فهرست علائم**

$b$	ثابت ماده در سخت‌شوندگی ایزوتروپیک
$C$	ثابت ماده در سخت‌شوندگی سینماتیک
<b>BSS1</b>	نمونه اول لوله سه‌راهی از جنس فولاد ضدزنگ
<b>BMS1</b>	نمونه اول لوله سه‌راهی از جنس فولاد کربنی ساده
$D_o$	قطر خارجی (میلی‌متر)
$E$	مدول یانگ
$f$	سطح تسلیم
$J_2$	تابع تسلیم فون میسز
$k$	اندازه اولیه سطح تسلیم
$M$	ممان دینامیکی خمشی (N.m)
$M_L$	حد ممان خمشی
$P$	فشار داخلی ( $kgm^{-1}s^{-2}$ )
$P_d$	فشار مجاز طراحی
$Q$	ثابت ماده در سخت‌شوندگی ایزوتروپیک
$R$	پارامتر سخت‌شوندگی ایزوتروپیک
$S_m$	تنش مجاز طراحی
$S_u$	استحکام نهایی
$S_y$	استحکام تسلیم
$t$	ضخامت
$X$	تانسور تنش برگشتی
$X'$	تانسور انحرافی تنش برگشتی
$\gamma$	ضریب تصحیح

**علائم یونانی**

$\gamma$	ثابت ماده در سخت‌شوندگی سینماتیک
$\epsilon^p$	تانسور کرنش پلاستیک
$\epsilon_p$	کرنش پلاستیک معادل
$\nu$	نسبت پواسون

Y, Vaze KK. Uniaxial and biaxial ratchetting study of SA333 Gr.6 steel at room temperature. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2003;80(3):179-185.

24- Chen X, Chen X, Yu D, Gao B. Recent progresses in experimental investigation and finite element analysis of ratcheting in pressurized piping. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2013;101:113-142.

25- Vishnuvardhan S, Raghava G, Gandhi P, Saravanan M, Goyal S, Arora P, et al. Ratcheting failure of pressurized straight pipes and elbows under reversed bending. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2013;105-106:79-89.

26- Foroutan M, Ahmadzadeh GR, Varvani Farahani A. Axial and hoop ratcheting assessment in pressurized steel elbow pipes subjected to bending cycles. *Thin Walled Structures*. 2018;123:317-323.

27- Chen X, Chen X. Study on ratcheting effect of pressurized straight pipe with local wall thinning using finite element analysis. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2016;139-140:69-76.

28- Palma MD. Modelling of cyclic plasticity for austenitic stainless steels 304L, 316L, 316L(N)-IG. *Fusion Engineering and Design*. 2016;109-111(Pt A):20-25.

29- Lemaitre J, Chaboche JL. *Mechanics of solid materials*. Cambridge UK: Cambridge University Press; 1994.

models for ratcheting simulation. *International Journal of Plasticity*. 2000;16(3-4):381-409.

16- Bari Sh, Hassan T. Kinematic hardening rules in uncoupled modeling for multiaxial ratcheting simulation. *International Journal of Plasticity*. 2001;17(7):885-905.

17- Bari Sh, Hassan T. An advancement in cyclic plasticity modeling for multiaxial ratcheting simulation. *International Journal of Plasticity*. 2002;18(7):873-894.

18- Chaboche JL. Constitutive equations for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity. *International Journal of Plasticity*. 1989;5(3):247-302.

19- Ohno N, Wang JD. Kinematic hardening rules with critical state of dynamic recovery, part I: Formulation and basic features for ratchetting behavior. *International Journal of Plasticity*. 1993;9(3):375-390.

20- Abdel-Karim M, Ohno N. Kinematic hardening model suitable for ratchetting with steady-state. *International Journal of Plasticity*. 2000;16(3-4):225-240.

21- Mayama T, Sasaki K, Ishikawa H. Biaxial ratcheting deformation of type 304 stainless steel: Effect of memorization of back stress. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C Journal of Mechanical Engineering Science*. 2004;218(9):901-908.

22- Hassan T, Zhu Y, Matzen VC. Improved ratcheting analysis of piping components. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 1998;75(8):643-652.

23- Kulkarni SC, Desai YM, Kant T, Reddy GR, Parulekar