فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار

شماره سی و هفتم / زمستان ۱۳۹۷

طراحی و حل مدل متوازن سازی مجدد سبد سهام چند هدفه با روش ترکیبی شبیه سازی و برنامه ریزی آرمانی فازی

تاریخ دریافت مقاله : ۹۶/۱۰/۰۴ تاریخ پذیرش مقاله : ۹۶/۱۱/۲۵

حسین دیده خانی[۱]

زینب فریدونی کوچکسرایی[۲]

چکیده :

توانایی انتخاب بهینه‌ترین تغییر در ترکیب سبد دارایی‌ها، سرمایه‌گذار را به بالاترین سطح کارایی و اثربخشی در امر سرمایه‌گذاری در شرایط پویا و پر از تغییر بازار سرمایه می‌رساند. متوازن سازی مجدد پرتفوی، از طریق تغییر در ترکیب اوزان سهام، حذف سهام، خرید و فروش سهام و ... صورت می‌گیرد. از این‌رو در این پژوهش به حل یک مدل متوازن سازی مجدد سبد سهام چندهدفه با پارامترهای فازی پرداخته شد. معیارها یا اهداف در نظر گرفته شده در این تحقیق بازده، ریسک، نقدینگی و عدم قطعیت می‌باشند. همچنین هزینه‌های معاملاتی با توجه به اهمیت آن، به عنوان یک معیار فرعی در نرخ بازده خالص در نظر گرفته می‌شود. مدل متوازن سازی مجدد سبد سهام چندهدفه با پارامترهای فازی توسط برنامه ریزی آرمانی فازی و یک الگوریتم هوشمند ترکیبی که شبیه سازی فازی را با یک الگوریتم ژنتیک ترکیب می‌کند حل می‌گردد. نتایج حاصل حاکی از اثربخشی رویکرد حل و کارایی مدل در کاربردهای عملی با در نظر گرفتن سطوح متفاوتی از سرمایه‌گذاران می‌باشد.

کلمات کلیدی :

متوازن سازی مجدد فازی در سبد سهام، برنامه ریزی چندهدفه، برنامه ریزی آرمانی فازی، الگوریتم ژنتیک

استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشگاه آزاداسلامی واحد علی آباد کتول، ایران (نویسنده مسئول)
h.didehkhani@gmail.com

[۲]دانشجوی دکتری تخصصی گروه مهندسی مالی، گروه مهندسی مالی، دانشگاه آزاداسلامی واحد علی آبادکتول، ایران
fereidoonizeynab@gmail.com

Archive of SID

www.SID.ir

۱- مقدمه :

موقعیت‌های اقتصادی همواره در حال دگرگونی است و اصلاح ترکیب پرتفوی به موازات تغییر وضعیت بازار ضروری به نظر می‌رسد. در عمل نیز بیشتر سرمایه‌گذاران، هم گام با تغییر شرایط بازار در ترکیب پرتفوی خود بازنگری می‌نمایند. از این رو مدلی مورد نیاز است که بتواند پرتفوی را با اطلاعات تازه به دست آمده از بازار هماهنگ کند. چنین فرآیندی فروش برخی از دارایی‌های مالی و جایگزین کردن دارایی‌های دیگر را شامل خواهد شد (خیامیم و همکاران، ۱۳۹۳). درواقع متوازن سازی مجدد پرتفوی یک راهبرد کنترل ریسک قوی است (فدائی نژاد و بنائیان،۱۳۸۹).

انتخاب سبد سهام با مدل میانگین-واریانس (مارکوئیتز[۱]،۱۹۵۲) آغاز شد که در آن، بازده، با استفاده از میانگین و ریسک، با استفاده از واریانس اندازه‌گیری می‌شود. بازده و ریسک در اکثر مدل‌های گزینش سبد سهام، به عنوان دو معیار اساسی مورد استفاده قرار می‌گیرند (مارکوئیتز،۱۹۵۲)؛ اما در واقعیت سرمایه‌گذار نگرانی‌های مازادی علاوه بر ریسک و بازده را نیز دارا می‌باشند (استیوئر[۲] و همکاران،۲۰۰۸). سایر معیارها، از اهمیت برابر، اگر نه بیشتر، از نظر سرمایه‌گذار برخوردار می‌باشند (گوپتا[۳] و همکاران، ۲۰۱۳). فهرست جامع و کاملی از معیارهای گزینش سبد سهام جدای از بازده، ریسک و نقدینگی، در اثر استیوئر و همکاران (۲۰۰۸) ارائه می‌گردد. مدل‌های گزینش سبد سهام چندهدفه مورد توجه بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته‌اند (فانگ[۴] و همکاران،۲۰۰۶؛ یو و لی[۵]،۲۰۱۱؛ گوپتا و همکاران،۲۰۱۳،۲۰۱۴؛ کومار[۶] و همکاران،۲۰۱۵؛ ژو[۷] و همکاران،۲۰۱۷؛ مقوانی و تاکور[۸]،۲۰۱۷).

از آنجایی که محیط‌های سرمایه‌گذاری همراه با عدم قطعیت و اطمینان می‌باشند اطلاعات موجود در بازارهای مالی اغلب ناقص‌اند و از این‌رو، تصمیمات در شرایط عدم قطعیت اتخاذ می‌گردند. رویکرد تئوری اعتبار امکان در اصل توسط زاده[۹] (۱۹۸۷) در رابطه با مجموعه‌های فازی ارائه گردید و به عنوان یک دست‌کاری در مبنای تئوری مجموعه‌های فازی و مکمل نظریه احتمال توسعه داده شده است (دابیاس و پرید[۱۰]،۱۹۸۸). لیو و لیو[۱۱] (۲۰۰۲) یک واحد اندازه‌گیری اعتباری را به عنوان جایگزین پیشنهاد نمودند که بر محدودیت‌های ذاتی واحد اندازه‌گیری احتمال نظیر خوددوگانه نبودن آن، غلبه می‌کند. چارچوب مبتنی بر اعتبار انتخاب سبد سهام ابتدا توسط هوانگ[۱۲] (۲۰۰۷) مطرح شد. وی در مقاله دیگر خود به بازنگری مدل‌های مبتنی بر اعتبار انتخاب سبد سهام پرداخته است (هوانگ،۲۰۰۹). با توجه به این فرض که بازده‌ها فازی‌اند، پژوهش‌هایی در رابطه با مدل‌های میانگین- واریانس فازی مبتنی بر اعتبار انجام شده است (ژانگ[۱۳] و همکاران،**a**۲۰۱۰، ۲۰۱۱؛ گوپتا و همکاران، ۲۰۱۳).

Archive of SID

www.SID.ir

پس از واریانس (مارکوئیتز ،**1952**)، نیمه واریانس، یکی از مشهودترین واحدهای اندازه‌گیری ریسک رو به پایین (زیان) است که ابتدا توسط مارکوئیتز (۱۹۵۹) معرفی و در مدل‌های گزینش سبد سهام میانگین- نیم واریانس استفاده گردید. در مواردیکه توزیع بازده سهام نامتقارن است مدل میانگین – واریانس رفتار پرتفوی را به طرز نامطلوبی پیش‌بینی می‌کند و در اندازه‌گیری ریسک ناکارآمد است در حالی که مدل نیمه واریانس به‌خوبی ریسک را اندازه‌گیری می‌کند (مارکوئیتز،۱۹۹۱). چوبینه و برنتینگ[۱۴] (۱۹۸۶)، کاپلان وآلدرج[۱۵] (۱۹۹۷) ویژگی ها و مشکلات محاسباتی مدل نیمه واریانس را بررسی کرده‌اند این تحقیقات نشان می‌دهد که مدل نیمه واریانس به‌خوبی می‌تواند ریسک را اندازه‌گیری کند. مدل‌های میانگین- نیمه واریانس در محیط فازی، توسط مؤلفین بسیاری مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته‌اند (هوانگ،۲۰۰۸؛ یانگ[۱۶] و همکاران،۲۰۱۱).

تسهیل، تسریع و کاهش هزینه در فرایند تبدیل دارایی مالی به وجه نقد و برعکس یعنی تبدیل وجه نقد به دارایی مالی، یکی از کارکردهای مهم بازارهای مالی و به ویژه بورس اوراق بهادار است که از این ویژگی به نقدشوندگی یاد می‌شود (ابزری و همکاران، ۱۳۹۲). نقدینگی، جدای از بازده و ریسک، دیگر پارامتر مهم محسوب می‌گردد که جهت اندازه‌گیری عملکرد سبد سهام مورد استفاده واقع می‌شود که گوپتا و همکاران (۲۰۱۳) و (۲۰۱۴) در مقالات خود به عنوان تابع هدف به کار بردند.

متوازن سازی مجدد پرتفوی، از طریق تغییر در ترکیب اوزان سهام، حذف تعدادی سهام، خرید و فروش تعدادی سهام و ... صورت می‌گیرد. درواقع، متوازن سازی مجدد، تشکیل پرتفوی جدید از پرتفوی موجود با توجه به تغییرات زمانی بازار است (وودساید اوریاخی[۱۷] و همکاران، ۲۰۱۳). یک هزینه معامله مربوط به خرید و یا فروش یک دارایی در چنین موقعیت‌هایی وجود دارد. هزینه معامله، یکی از نگرانی‌های عمده در متوازن سازی مجدد سبد سهام می‌باشد (یو و لی،۲۰۱۱). هزینه معامله به بار آمده، معمولاً به حجم مبادله به یک روش غیرخطی وابسته می‌باشد. علت، این است که نرخ هزینه معامله، زمانی نسبتاً بالاست که حجم مبادله، کم است و با افزایش حجم مبادله، به‌تدریج کاهش پیدا می‌کند (گوپتا،۲۰۱۳). مطالعات صورت گرفته در رابطه با بهینه‌سازی سبد سهام به‌واسطه هزینه‌های معامله: فنگ و همکاران (۲۰۱۱)، چیام و همکاران (۲۰۱۳)، کومار و همکاران (۲۰۱۵) و مقوانی و تاکور (۲۰۱۷).

باتوجه به مسائلی که بیان گردید، در این تحقیق بر آنیم تا با توجه به معیارهای سرمایه‌گذار نظیر بازده خالص (با در نظر گرفتن هزینه معاملات[۱۸])، ریسک، نقدینگی و عدم قطعیت به حل مدل متوازن سازی مجدد[۱۹] پرتفوی چندهدفه بپردازیم. بازده و نقدینگی، به عنوان متغیرهای فازی در نظر گرفته می‌شوند که به‌واسطه اشکال تابعی عمومی مشخص می‌گردند. ریسک سبد سهام، با استفاده از ریسک هر

Archive of SID

www.SID.ir

یک از دارایی‌های اندازه‌گیری شده به‌واسطه نیمه واریانس محاسبه می‌گردد. برنامه ریزی هدف فازی را به منظور حل مسئله متوازن سازی مجدد سبد سهام با یک الگوریتم هوشمند ترکیبی ترکیب می‌کنیم. بدترین و بهترین راه حل برای هر تابع هدف غیرقطعی یا نامشخص، به دست می‌آیند. آنگاه مدل ایجاد توازن در سبد سهام، به صورت یک مدل برنامه ریزی هدف فازی مجدد فرمول‌بندی می‌گردد که در آن اهداف فازی توابع هدف، به‌واسطه توابع عضویت خطی مشخص می‌گردند. برنامه ریزی هدف فازی را جهت دستیابی به بالاترین ارزش عضویت هر هدف فازی بکار می‌بریم. یک مطالعه تجربی به منظور نشان دادن اثربخشی رویکرد پیشنهادی ارائه می‌گردد.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

۲-۱- متوازن سازی مجدد پرتفوی

یکی از ابعاد حوزه مالی، بازار سرمایه در هر اقتصاد می باشد. اکثر سرمایه گذاری ها از طریق بازارهای مالی انجام می پذیرد و مشارکت فعال افراد جامعه در بورس تضمین کننده حیات بازار سرمایه و توسعه پایدار کشور خواهد بود. در این بازارها تغییرات شرایط مالی شرکت ها، ساختار هزینه شرکت ها را تحت تاثیر قرار می دهد و سایر نوسانات، تغییرات قیمت و بازدهی اوراق بهادار از جمله سهام را موجب می شود. عمده ترین مساله که یک مدیر سرمایه گذاری به عنوان مسئول سرمایه گذاری با آن مواجه است، سرمایه گذاری در ترکیبی از دارایی ها جهت دستیابی به سطح مطلوبی از ریسک و بازدهی با توجه به تغییرات بازار و محدودیت های واقع شده در آن دوره زمانی می باشد. توانایی انتخاب بهینه ترین تغییر در ترکیب سبد دارایی ها، سرمایه گذار را به بالاترین سطح کارایی و اثربخشی در امر سرمایه گذاری در شرایط پویا و پر از تغییر بازار سرمایه می رساند. از اینرو تحولات و تغییرات در سطح کلان و خرد، در بازار های مالی باعث تغییر در انتظارات سرمایه گذاران و فعالان بازار های مالی می گردد. براساس این تغییرات ایجاد شده، سرمایه گذاران همواره، سعی می نمایند تا با تغییر در ترکیب و متوازن سازی مجدد پرتفوی سرمایه گذاری خود، انتظارات سرمایه گذاری اشان را محقق سازند.

سرمایه‌گذاران معمولاً به جای اینکه یک پرتفوی انتخاب کنند، پرتفوی قبلی خود را مورد بازنگری قرار می‌دهند. موقعیت‌ها و شرایط بازار مدام در حال تغییر است و سرمایه‌گذاران را وادار می‌کند در ترکیب پرتفوی خود تجدیدنظر نمایند. از این رو مسئله انتخاب پرتفوی به مسئله بازنگری یا به عبارت دیگر، به روز رسانی پرتفوی تبدیل می‌شود. بازنگری در ترکیب پرتفوی در طول دوره سرمایه‌گذاری باعث افزایش مطلوبیت مورد انتظار سرمایه‌گذار می‌شود (چن[۲۰] و همکاران،۲۰۱۲)(خیامیم و همکاران، ۱۳۹۳).

Archive of SID

www.SID.ir

مطالعه تجربی جانسون[۲۱] و شنون[۲۲] (۱۹۷۴) نشان می دهد پرتفویی که هر سه ماه یک بار به روز رسانی شود عملکرد بهتری نسبت به پرتفویی که مورد بازنگری قرار نگرفته است، دارد.

متوازن سازی مجدد، استراتژی مفیدی برای کنترل ریسک پرتفوی سرمایه‌گذاری است، برای متوازن سازی مجدد پرتفوی، حتی با در نظر گرفتن یک چهارچوب مدل، همانند چهارچوب میانگین- ریسک، استراتژی جهانی مناسب وجود ندارد و انتخاب استراتژی بهینه به تمایل سرمایه‌گذار، دارایی‌های پرتفوی، افق زمانی و شرایط بازار بستگی دارد. متوازن سازی مجدد پرتفوی، از طریق تغییر در ترکیب اوزان سهام، حذف تعدادی سهام، خرید و فروش تعدادی سهام و ... صورت می‌گیرد. درواقع، متوازن سازی مجدد، تشکیل پرتفوی جدید از پرتفوی موجود با توجه به تغییرات زمانی بازار است (وودساید اوریاخی و همکاران، ۲۰۱۳).

زمانی که یک اتفاق یا رویداد اصلی زندگی، شرایط محیطی سرمایه‌گذار را تغییر دهد، خط‌مشی و راهبرد کنونی در پرتفوی سرمایه‌گذاری حفظ شده است. این تغییر شرایط یک ارزشیابی منطقی و با قاعده از پرتفوی برای متوازن سازی ممکن، نیاز دارد (فانگ و همکاران، ۲۰۰۶) درواقع متوازن سازی مجدد پرتفوی یک راهبرد کنترل ریسک قوی است (فدائی نژاد و بنائیان،۱۳۸۹).

با توجه به اینکه طبقات متفاوت دارایی بازدهی‌های متفاوت ایجاد می‌کنند، وزندهی مربوط به دارایی‌های پرتفوی به ناچار در طی دوران سرمایه‌گذاری به صورت ناخواسته تغییر می‌کند. متوازن سازی مجدد سبب حرکت پرتفوی به سوی همترازی به‌وسیله‌ی وزن‌های هدف از هریک از طبقات دارایی‌ها در جهت تحقق ریسک و بازده هدف، به‌وسیله‌ی فروش دارایی‌های با وزن اضافه و خرید دارایی‌های با وزن کاهش یافته در هر مقطع زمانی بر اساس ریسک و بازده هدف می‌شود. به واسطه این امر پرتفوی ریسک اولیه ترکیب انتخاب شده برای سرمایه‌گذار را حفظ می‌کند .این فرآیند نه تنها سرمایه‌گذار را مجبور به فروش دارایی‌های با وزن بالا و خرید دارایی با وزن پایین نمی‌کند، همچنین نوسانات بلندمدت پرتفوی را نیز کاهش می‌دهد (فانگ و همکاران، ۲۰۰۶) (فدائی نژاد و بنائیان،۱۳۸۹).

۲-۲- تئوری اعتبار

اطلاعات موجود در بازارهای مالی اغلب ناقص‌اند و از این رو، تصمیمات در شرایط عدم قطعیت اتخاذ می‌گردند. نظریه اعتبار، شاخه‌ای از ریاضیات برای مطالعه رفتار رویدادهای فازی با استفاده از یک واحد اندازه‌گیری اعتبار به شمار می‌آید.

Archive of SID

www.SID.ir

فرض کنید ξ، یک متغیر فازی دارای تابع عضویت μ و $\mathbf{u}$ و $\mathbf{r}$، اعداد حقیقی باشند. اعتبار یک رویداد فازی دارای مشخصه $\xi \geq \mathbf{r}$ به صورت زیر تعریف می‌گردد (لیو، ۲۰۰۶):

$$Cr\{\xi \geq r\} = \frac{1}{2}(\sup_{u \geq r} \mu(u) + 1 - \sup_{u < r} \mu(u)) \qquad (۱)$$

فرض کنید ξ_i، متغیرهای فازی دارای توابع عضویت μ_i و u_i، اعداد حقیقی برای $i=1,2,...n$ و $f: R^n \to R$ باشند. اعتبار رویداد فازی دارای مشخصه $f(\xi_1, \xi_2 \cdots, \xi_n) \geq 0$ به صورت زیر می‌باشد (لیو، ۲۰۰۶).

$$\begin{aligned} &Cr = \{f(\xi_1, \xi_2 \ldots, \xi_n) \geq 0\} = \\ &\frac{1}{2}\Big(\sup_{u_1, u_2, \ldots, u_n \in R} \Big\{\min_{1 \leq i \leq n} \mu_{\xi_i}(u_i) \mid f(u_1, u_2, \ldots, u_n) \geq 0\Big\} \\ &+ 1 - \sup_{u_1, u_2, \ldots, u_n \in R} \Big\{\min_{1 \leq i \leq n} \mu_{\xi_i}(u_i) \mid f(u_1, u_2, \ldots, u_n) < 0\Big\}\Big) \end{aligned} \qquad (۲)$$

ارزش مورد انتظار یک متغیر فازی ξ به صورت زیر تعریف می‌شود (لیو و لیو،۲۰۰۲):

$$E[\xi] = \int_0^{\infty} Cr\{\xi \geq r\} dr - \int_{-\infty}^{0} Cr\{\xi \geq r\} dr \qquad (۳)$$

با شرط اینکه حداقل یکی از دو عدد صحیح بالا، متناهی باشد. (هوانگ،۲۰۰۸) فرض کنید ξ، یک متغیر فازی دارای ارزش مورد انتظار محدود یا متناهی $E[\xi]$ باشد. واحد اندازه‌گیری نیمه واریانس به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S[\xi] = E\left[\left[(\xi - E[\xi])^{-}\right]^2\right] \qquad (۴)$$

$$(\xi - E[\xi])^{-} = \begin{cases} \xi - E[\xi] & if\ \xi \leq E[\xi] \\ 0 & if\ \xi > E[\xi] \end{cases} \qquad (۵)$$

۲-۳- پیشینه پژوهش

در این بخش عمده پژوهش‌های صورت گرفته در زمینه بهینه‌سازی پرتفوی در محیط فازی و چندهدفه مورد بررسی قرار می‌گیرد. بازده و ریسک در اکثر مدل‌های گزینش سبد سهام موجود، به عنوان دو معیار اساسی حاکم بر انتخاب‌های سرمایه‌گذاران مورد استفاده قرار می‌گیرند (مارکویتز، ۱۹۵۲)

Archive of SID

www.SID.ir

اما اغلب مشخص می‌شود که کلیه اطلاعات مربوط برای گزینش سبد سهام تنها به‌واسطه این دو معیار به دست نمی‌آید (استیوئر و همکاران،۲۰۰۸). سایر معیارها، از اهمیت برابر، اگر نه بیشتر، از نظر سرمایه‌گذار برخوردار می‌باشند. با در نظر گرفتن دیگر معیارها در مدل گزینش سبد سهام، دست یابی به سبدهای سهامی میسر می‌گردد که کسرهای بازده و یا ریسک در آن‌ها، به‌واسطه عملکرد سبد سهام اندازه‌گیری شده بر اساس سایر معیارها جبران می‌گردد که رضایت کلی بیشتر سرمایه‌گذار را در پی دارد. از این‌رو، مدل‌های گزینش سبد سهام چند معیاری مورد توجه بسیار پژوهشگران در همین اواخر قرار گرفته‌اند (فانگ و همکاران،۲۰۰۶).

ایکر و گرانت[۲۳] در سال ۲۰۰۲، استراتژی‌های متفاوت متوازن سازی مجدد را برای بازارهای نوظهور در سال‌های ۱۹۷۶-۱۹۹۸ را تحلیل کردند. آنان فواصل زمانی، ماهانه، فصلی، نیمسال و سالانه را برای متوارن سازی مجدد پرتفوی بررسی کردند و به این نتیجه رسیدند که فواصل زمانی، تأثیر مهمی در متوازن سازی مجدد دارد.

میچل و بران[۲۴] (۲۰۰۴) مدل میانگین-واریانس مارکوئیتز را با در نظر گرفتن هزینه معامله (محدب) جهت متوازن سازی پرتفوی گسترش دادند. آن‌ها هزینه‌های معامله خطی، قطعه‌ای خطی و درجه دوم را بررسی نمودند. نتایج محاسباتی برای دو مجموعه داده تجربی مورد بحث قرار گرفته است.

فانگ و همکاران در سال ۲۰۰۶، مدل فازی متوازن سازی مجدد پرتفوی با وجود هزینه‌ی معاملات را بر اساس رویکرد تئوری تصمیم فازی، پیشنهاد دادند. آن‌ها علاوه بر بازده و ریسک پرتفوی، از نقدشوندگی پرتفوی نیز در فرآیند متوازن سازی مجدد پرتفوی استفاده کردند. سپس با توجه به درجه رضایتمندی سرمایه‌گذاران، نشان دادند که به استراتژی متوازن سازی مجدد مطلوبی دست یافته‌اند.

سان[۲۵] و همکاران (۲۰۰۶) چارچوب متفاوتی از استراتژی متوازن سازی مجدد پرتفوی با در نظر گرفتن ریسک تعدیل شده و بازده خالص ارائه نمودند. سپس مدل را با هدف جستجوی فعال جهت کاهش هزینه معامله گسترش دادند و بوسیله شبیه سازی مونت‌کارلو برتری مدلشان نسبت به پرتفوی اولیه را نشان دادند و همچنین با استفاده از تحلیل حساسیت خطای مدلشان را بررسی نمودند.

گاستراباا[۲۶] و همکاران (۲۰۰۸) با درنظر گرفتن ارزش در معرض خطر شرطی به عنوان معیار اندازه‌گیری ریسک و بررسی هزینه‌های معامله ثابت و متناسب و ارزیابی میزان تأثیر آن‌ها در استراتژی متوازن سازی مجدد، مسئله انتخاب بهینه سبد سهام در چارچوب چند دوره مورد بررسی قرار می‌دهد. همچنین آن‌ها به بررسی مدل در سطوح متفاوتی از ریسک گریزی سرمایه‌گذار پرداختند. نتایج نشان

Archive of SID

www.SID.ir

داد که هرچه سرمایه‌گذار ریسک گریزتر باشد باید متوازن سازی مجدد بیشتری طی دوره‌های زمانی مشخص انجام دهد.

گلسرمن[۲۷] (۲۰۰۹) ریسک و نوسانات مربوط به محدودیت‌های متوان سازی مجدد پرتفوی تحلیل کرد. از معیار ارزش در معرض خطر ده روزه با فاصله اطمینان ۹۹٪ و افق سرمایه‌گذاری یک ساله برای اندازه‌گیری ریسک پرتفوی استفاده کرد. وی تأثیر این فواصل متعادل سازی را برای توزیع سود و زیان نمونه کارها در یک افق اندازه‌گیری خطر بررسی نمودند. همچنین از فرآیند تصادفی حرکت براونی هندسی[۲۸] در بررسی تحقیق خود بهره برد و تأثیر مشخص متوازن سازی مجدد را تحت یک مدل ساده و پویای دارایی در بازار کمیته باسل[۲۹] بیان کرد.

ژانگ و همکاران (**۲۰۱۰a**) به بررسی مدل متوازن سازی مجدد با در نظر گرفتن هزینه معامله پرداختند. بر اساس این فرض که بازده به عنوان متغیر فازی مثلثی است، طبق نظریه اعتبار، مدل‌های بهینه‌سازی به شکل‌های واضح تبدیل نمودند. آن‌ها از روش برنامه‌نویسی درجه دوم متوالی برای طراحی استراتژی بهینه و از نمونه‌های عددی جهت نشان دادن اثربخشی مدل‌های پیشنهادی و تأثیر هزینه‌های معامله در انتخاب پرتفوی استفاده نمودند.

ژانگ و همکاران (**۲۰۱۰b**) یک مدل متوازن سازی مجدد پرتفوی بر اساس نظریه تئوری احتمال پیشنهاد نمودند. بر اساس این فرض که بازده به عنوان متغیر فازی مثلثی است، برای آن توزیع احتمالی تعریف نمودند. آن‌ها از روش بهینه‌سازی متوالی کمینه جهت تجزیه‌وتحلیل داده‌ها و از نمونه‌های عددی برای نشان دادن اثربخشی مدل‌ها و روش‌های پیشنهادی استفاده نمودند.

ژانگ و همکاران (۲۰۱۱) به بررسی مدل متوازن سازی مجدد پرتفوی شامل دارایی‌های ریسکی و بدون ریسک مبتنی بر نظریه اعتبار پرداختند. دو مدل متوازن سازی مجدد میانگین-واریانس اعتباری را با بازده فازی ارائه که وام دادن و گرفتن، هزینه‌های معامله، ریسک مازاد دارایی و سرمایه را در روند متوازن سازی مجدد پرتفوی بررسی نمودند. آن‌ها از الگوریتم حل برنامه ریزی درجه دوم جهت به دست آوردن استراتژی مطلوب استفاده نمودند.

گلن[۳۰] (۲۰۱۱) یک مدل متوازن سازی مجدد پرتفوی با در نظر گرفتن تغییر در سرمایه و هزینه‌های معامله مورد بررسی قرار دادند. هزینه‌های معامله در این مدل شامل هزینه‌های ثابت و هزینه‌های متغیر است. آن‌ها به این مهم دست یافتند که پرتفوی اولیه نسبت به پرتفوی متوازن سازی شده کارایی مورد انتظار را ندارد.

Archive of SID

www.SID.ir

فنگ[۳۱] و همکاران در سال ۲۰۱۱، مجموعه‌های مختلفی از ضرایب کارمزدهای معاملاتی α را در نظر گرفتند و برای بررسی تحقیق از توزیع‌های آماری بازدهی استفاده کردند. نشان دادند که اگر α به طور مشخصی بزرگ باشد، بهتر است سرمایه‌گذار تعداد دفعات متوازن سازی مجدد پرتفوی خود را کاهش دهد و بنابراین دوره متوازن سازی مجدد طولانی‌تری خواهد داشت. دوره متوازن سازی مجدد را با مقیاس $\alpha^{2/3}$ برای بازدهی‌های مستقل در نظر گرفتند. شبیه سازی را برای بازدهی‌های باینری، بازدهی بر اساس توزیع استودنت و بازدهی بر اساس مدل **GARCH**(۱،۱)، در نظر گرفتند و نتیجه گرفتند که متوازن سازی مجدد جزئی، تاثیرات کارمزدهای معاملاتی را کاهش می‌دهد و عملکرد استراتژی **Kelly** را بهبود می‌بخشد. در مسئله فرض کردند که توزیع بازدهی برای سرمایه‌گذار معلوم است اما در واقعیت، توزیع بازدهی نامعلوم است.

یو و لی در سال ۲۰۱۱، برای یافتن مدل پرتفوی منعطف‌تر، پنج مدل متوازن سازی مجدد پرتفوی با در نظر گرفتن هزینه‌ی معاملات و شامل تعداد و یا کل معیارهای موردنظر شامل، ریسک، بازدهی، فروش استقراضی[۳۲]، چولگی[۳۳] و کشیدگی[۳۴] را با هم مقایسه کردند تا معیار مهم برای طراحی را بیابند. دو مثال برای اجرای معاملات شبیه سازی شده استفاده کردند و نتیجه‌ای که گرفتند این بود که مدل‌های متوازن سازی مجدد با هزینه معاملات شامل هزینه فروش استقراضی منعطف‌تر است و برای طراحی مدل‌های متوازن سازی مجدد با فروض معیارهای بازدهی، ریسک، درصد فروش استقراضی، چولگی و کشیدگی از برنامه ریزی چندهدفه‌ی فازی استفاده کردند نتایج مقایسه‌ای آنان نشان داد که استراتژی سرمایه‌گذاری خرید و نگهداری برای **TSE**۵۰ استراتژی بهتری نبوده است.

چن و همکاران (۲۰۱۲) به تحلیل تاثیرات هزینه‌های معامله بر روی بازنگری پرتفوی بهینه تحت تأثیر استراتژی‌های میانگین-واریانس و میانگین-ارزش مورد انتظار شرطی پرداختند. آن‌ها برخی از راه‌حل‌های تحلیلی و شواهد تجربی را برای بعضی موقعیت‌های خاص ارائه نمودند تا تأثیر هزینه‌های معامله را در متوازن سازی مجدد پرتفوی بررسی نمایند.

وودساید اوریاخی و همکاران در سال ۲۰۱۳، به بررسی مسئله متوازن سازی مجدد پرتفوی با در نظر گرفتن هزینه‌های معامله ثابت و متغیر پرداختند. آنان اهمیت افق سرمایه‌گذاری را با توجه به متوازن سازی مجدد پرتفوی و ماهیت مرز کارا با وجود هزینه معاملاتی نشان دادند و مسئله را به عنوان یک برنامه درجه دوم مختلط عدد صحیح با محدودیت معلوم در مقدار هزینه‌های معامله مدل‌سازی نمودند. مدل آن‌ها شامل فعل‌وانفعال بین تخصیص پرتفوی بهینه، هزینه‌های معامله و افق سرمایه‌گذاری می‌باشد

Archive of SID

www.SID.ir

که آن را با محدودیت کاردینالیتی به منظور بهبود عملکرد محاسباتی گسترش داده‌اند که درنتیجه آن به ماهیت ناپیوسته پرتفوی و مرز کارا و تفاوت آن‌ها با طول افق سرمایه‌گذاری پی بردند.

چیام[۳۵] و همکاران در سال ۲۰۱۳ مدلی چندهدفه جهت متوازن سازی پرتفوی با توابع هدف هزینه معامله، واریانس و میانگین مجذور خطای بازده را با در نظر گرفتن افق سرمایه‌گذاری ارائه نمودند و توسط الگوریتم بهینه‌سازی تکاملی چندهدفه به بررسی عملکرد مدل پرداختند.

گوپتا و همکاران در سال ۲۰۱۳، یک چهارچوب انتظاری برای متوازن سازی مجدد پرتفوی در شرایط فازی چند هدفه با در نظر گرفتن معیارهای کلیدی مالی، بازدهی و ریسک و نقدینگی دارایی‌ها و با وجود هزینه‌ی معاملات بر اساس تخفیفات افزایشی برای پرتفوی پیشنهاد دادند. آنان با ترکیب برنامه ریزی آرمانی و روش **HIA**، بهبودی مشخصی در چهارچوب موجود چند معیاره ی متوازن سازی مجدد پرتفوی در شرایط فازی ایجاد کردند و با مثال‌های واقعی، کاربرد مدلشان را ثابت کردند.

چانگ[۳۶] (۲۰۱۳)، وانگ[۳۷] و همکاران (۲۰۱۳)، گینتلبرگ[۳۸] و همکاران (۲۰۱۴)، کرکورو[۳۹] و همکاران (۲۰۱۴)، یلکی[۴۰] و همکاران (۲۰۱۵) و ژلمان[۴۱] و همکاران (۲۰۱۵) به بررسی نوسانات نرخ ارز و متوازن سازی بازده بین‌المللی در بازار بورس پرداختند و به این مهم دست یافتند که بازدهی بالا در بازار سهام داخلی نسبت به خارجی تحت تأثیر فروش سهام خالص داخل به سرمایه‌گذاران خارجی جهت متوازن سازی پرتفوی‌شان می‌باشد و همچنین دریافتند متوازن سازی مجدد پرتفوی توسط سرمایه‌گذاران خارجی منجر به کاهش نرخ ارز نخواهد شد.

گوپتا و همکاران در سال ۲۰۱۴، یک مدل متوازن سازی مجدد پرتفوی چند هدفه مبتنی بر تئوری اعتبار با در نظر گرفتن بازده خالص، ریسک و نقدینگی به عنوان معیارهای کلیدی مالی پیشنهاد نمودند. آن‌ها از الگوریتم هوشمند ترکیبی که یک شبیه سازی فازی با یک الگوریتم ژنتیک را طراحی می‌کند برای حل رویکرد پیشنهادی استفاده نمودند.

معلمی و ساگلام[۴۲] در سال **2015** یک تابع خطی برای بازدهی متوازن سازی مجدد بهینه پرتفوی با وجود محدودیت‌های معاملات، ریسک و هزینه معاملات ارائه کردند و کاربرد آن را در یک طیف وسیعی از مدل‌های انتخاب پرتفوی بررسی کردند و نشان دادند که به عملکرد نزدیک بهینه می‌رسند. مسئله بهینه‌سازی اصلاح‌شده پارامترهای بهینگی را از قوانین خطی تصمیم‌گیری که یک مسئله‌ی برنامه ریزی محدب بود را از نظر مقداری جستجو می‌کند و مزیت‌های انعطاف‌پذیری مدل را با مسائل عملی مشخصی اجرا و ثابت کردند.

Archive of SID

www.SID.ir

کومار و همکاران (۲۰۱۵) مدل متوازن سازی مجدد پرتفوی را با در نظر گرفتن پارامترهای نظیر بازده مورد انتظار، ریسک، هزینه معامله و ... در افق‌های زمانی مشخص توسعه دادند. هدف آن‌ها از ارائه رویکردشان دستیابی به پرتفوی کاراتر می‌باشد که بوسیله داده‌های تجربی مورد بررسی قرار گرفت.

ژو و همکاران (۲۰۱۷) یک رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها تحت چارچوب میانگین-واریانس جهت بهبود مرز کارایی پرتفوی پیشنهاد نمودند. در این مدل سرمایه‌گذار از مزیت استراتژی متوازن سازی مجدد پرتفوی نیز برخوردار خواهد بود که درنتیجه آن مرز کارا بهینه‌تر از حالت سنتی خود خواهد بود. همچنین نشان دادند که استراتژی‌های متوازن سازی مجدد می‌تواند به نسبت‌های بالاتری از نرخ شارپ و نرخ سورتینو نسبت به مقدار اصلی خود دست یابد. درنهایت، آن‌ها روش پیشنهادی را برای ارزیابی عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری در چین با توجه به افشای اطلاعات پایداری ارائه نمودند. نتایج نشان داد که رویکرد پیشنهادی نه تنها پیشنهادهای سرمایه‌گذاری بلکه منابع مالی برای ایجاد صندوق‌های سرمایه‌گذاری را نیز فراهم می‌کند.

مقوانی و تاکور (۲۰۱۷) یک مدل متوازن سازی مجدد پرتفوی سه هدفه با توابع هدف ریسک، بازده و هزینه معامله پیشنهاد نمودند. در سه مدل مجزا معیار متفاوتی برای ریسک تحت عنوان واریانس، ارزش در معرض خطر (**VaR**)، ارزش در معرض خطر شرطی (**CVaR**) را مورد بحث قرار دادند. برای بررسی اثربخشی رویکرد پیشنهادی از بهینه‌سازی تکاملی چندهدفه استفاده نمودند.

دکتر فدائی نژاد و بنائیان (۱۳۸۹) در مقاله خود با عنوان «طراحی متوازن سازی مجدد پرتفوی سرمایه‌گذاری با در نظر گرفتن هزینه معاملاتی بر مبنای رویکرد تصمیم‌گیری فازی»، از ضرایب فازی α_r، α_w، α_l به ترتیب برای فاکتور بازدهی مورد انتظار، ریسک و نقد شوندگی در مدل متوازن سازی مجدد فازی خود استفاده کردند. مدل را در دو سناریوی کلان تعریف و نیز برای سرمایه‌گذاران مختلف اجرا نمودند و نتایج همواره ترکیب‌های بهینه منتج به بالاترین بازدهی مورد انتظار ، کمترین ریسک و بالاترین درجه نقدشوندگی را با توجه به محدودیت‌های مدل و در نظر گرفتن هزینه معاملاتی را ارائه می‌نمود.

رضایی پندری و همکاران در سال (۱۳۹۰) مدلی چندهدفه برای بهینه کردن اهداف، بازدهی، ریسک سیستماتیک، ریسک غیر سیتماتیک، نقد شوندگی، ضریب چولگی و نسبت شارپ طراحی نمودند. مدل موردنظر غیر محدب بوده درنتیجه از الگوریتم ژنتیک به منظور بهینه‌سازی مدل استفاده شده است. آنان به مقایسه جواب حاصل از الگوریتم ژنتیک با مدل کلاسیک مارکویتز و مدل آرمانی با اهداف خطی و غیر خطی (درجه دوم) پرداخته که اگرچه بازدهی پرتفوی حاصل از الگوریتم ژنتیک کمتر از مدل‌های

Archive of SID

www.SID.ir

دیگر بوده اما کاهش بازدهی با کاهش در میزان ریسک جبران شده و معیارهای تعدیل شده بر مبنای ریسک بر بهتر بودن جواب حاصل از الگوریتم ژنتیک صحه گذاشته است.

خیامیم و همکاران (۱۳۹۳) یک مدل چندهدفه غیر خطی فازی برای به روز رسانی پرتفوی با در نظر گرفتن هزینه‌های معاملات، خصوصیات سرمایه‌گذار و نرخ بازده بدون ریسک پیشنهاد می‌کند. استراتژی پیشنهاد شده افق سرمایه‌گذاری را به زیردوره های کوتاه‌تر تقسیم و در ابتدای هر زیر دوره ترکیب پرتفوی را با شرایط بازار هماهنگ می‌نماید.

جدول ۲: مهم‌ترین تحقیقات انجام شده در زمینه متوازن سازی مجدد پرتفوی

محقق (محققین)	سال	اهداف در نظر گرفته شده	روش حل
ایکر و گرانت	۲۰۰۲	بازده	شبیه سازی مونت کارلو
میچل و بران	۲۰۰۴	ریسک	الگوریتم حل برنامه ریزی درجه دوم کسری
فانگ و همکاران	۲۰۰۶	بازده، ریسک	تئوری تصمیم گیری فازی
ژانگ و همکاران	۲۰۱۰a	بازده	نافازی سازی-تئوری اعتبار /برنامه ریزی درجه دوم متوالی(SQP)
ژانگ و همکاران	۲۰۱۰b	بازده، ریسک	نافازی سازی-تئوری احتمال /بهینه سازی متوالی کمینه(SMO)
فنگ و همکاران	۲۰۱۱	هزینه معامله	شبیه سازی برای بازدهی های بایتری، بازدهی بر اساس توزیع استودنت، بازدهی بر اساس مدل GARCH (۱،۱)
یو و لی	۲۰۱۱	بازده‌ریسک،فروش استقراضی، چولگی و کشیدگی	برنامه ریزی فازی
ژانگ و همکاران	۲۰۱۱	بازده، ریسک	نافازی سازی-تئوری اعتبار /الگوریتم حل برنامه ریزی درجه دوم
چن و همکاران	۲۰۱۲	بازده، ریسک	برنامه ریزی احتمالی
وودساید اوریاخی	۲۰۱۳	بازده‌ریسک	
چیام و همکاران	۲۰۱۳	هزینه معاملات، واریانس و میانگین مجذور خطا بازده	بهینه سازی تکاملی چند هدفه
گوپتا و همکاران	۲۰۱۳	بازده، ریسک، نقدشوندگی	برنامه ریزی آرمانی و الگوریتم هوشمند ترکیبی
گوپتا و همکاران	۲۰۱۴	بازده، ریسک، نقدشوندگی	برنامه ریزی آرمانی و الگوریتم هوشمند ترکیبی
کومار و همکاران	۲۰۱۵	ریسک، بازده، هزینه معامله	الگوریتم حل برنامه ریزی درجه دوم
ژو و همکاران	۲۰۱۷	بازده، ریسک	تحلیل پوششی داده ها(DEA-BCC)
مقوانی و تاکور	۲۰۱۷	بازده، ریسک، هزینه معامله	بهینه سازی تکاملی چند هدفه-NSGAII, MOEA/D

۳- مدل‌سازی تحقیق و روش اجرای پژوهش :

تحقیق انجام شده از لحاظ هدف کاربردی و با توجه به روش جمع آوری داده‌ها از نوع تحقیقات تجربی می‌باشد.

مراحل انجام تحقیق به‌صورت زیر می‌باشد:

- مدل‌سازی توابع تحقیق
- تعیین محدودیت‌های تحقیق
- طریقه سنجش اهداف و محدودیت‌ها با استفاده از تئوری اعتبار
- حل مدل با رویکرد ترکیب شبیه سازی فازی و برنامه ریزی آرمانی

Archive of SID

www.SID.ir

۳-۱- تعاریف تابع هدف جهت تشکیل پرتفوی

بازده و نقدینگی در مدل، به عنوان پارامترهای فازی نامتقارن در نظر گرفته می‌شوند.

۳-۱-۱- بازده :

با توجه به اینکه بازده دارایی‌ها، به‌واسطه اعداد فازی λ_i، **i =1, 2, …, n** نشان داده می‌شوند، بازده مورد انتظار سبد سهام بعد از تعدیل هزینه‌های معامله به صورت زیر بیان می‌شود :

$$\mathrm{Max}\ E\left[\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \ldots + \lambda_n x_n - C(x)\right] \qquad (۶)$$

۳-۱-۲- ریسک :

ریسک سبد سهام، با استفاده از معیار نیمه واریانس محاسبه می‌گردد. اگر نیمه واریانس، به صورت $S\left[\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \ldots + \lambda_n x_n\right]$ نشان داده شود. آنگاه ریسک سبد سهام به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\mathrm{Min}\ S\left[\lambda_1 x_1 + \ldots + \lambda_n x_n\right] = E\left[\left[\left(\lambda_1 x_1 + \ldots + \lambda_n x_n - E\left[\lambda_1 x_1 + \ldots + \lambda_n x_n\right]\right)^{-}\right]^2\right] \qquad (۷)$$

۳-۱-۳- نقدینگی :

نقدینگی هر دارایی، با استفاده از نرخ گردش اندازه‌گیری می‌شود که به‌واسطه نسبت میانگین حجم سهام مبادله شده در بازار به کل تعداد سهام منتشره تعریف می‌شود. نرخ‌های گردش، به دلیل وجود اطلاعات ناقص، تنها برآوردهای مبهمی به حساب می‌آیند. فرض کنید نرخ‌های گردش، اعداد فازی‌اند. با توجه به اینکه نقدینگی **n** دارایی به‌واسطه اعداد فازی β_i، **i= 1, 2, …, n** نشان داده می‌شود، نقدینگی مورد انتظار سبد سهام به صورت زیر بیان می‌گردد :

$$\mathrm{Max}\, E\left[\beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \ldots + \beta_n x_n\right] \qquad (۸)$$

۳-۱-۴-عدم قطعیت[۴۳]

برای ارزیابی عدم قطعیت اعداد فازی، همانند روش استفاده شده توسط انا و پیزا[۴۴] (۲۰۰۴)، نگوین و گردون براون[۴۵] (۲۰۱۲)، از اندازه‌گیری عدم اطمینان که تعمیم طبیعی از تابع هارتلی است استفاده می‌کنیم. برای مجموعه‌های فازی عدم اطمینان از عدد فازی **A**به صورت ذیل تعریف می‌شود:

$$U\left(A\right) = \int_0^1 \log\left[1 + \mu\left(A^{\alpha}\right)\right] d\alpha \qquad (۹)$$

Archive of SID

www.SID.ir

که، A^{α} (برش α از اعداد فازی) قابل اندازه‌گیری است و تابع انتگرال لبگ[۴۶] در $\mu(A^{\alpha})$ معیار اندازه‌گیری عدم قطعیت از A^{α} می‌باشد.

عدم قطعیت $U(A)$ همیشه دارای یک ارزش مثبت است؛ اما بازده فازی سبد سهام یک مقدار قطعی نیست و در محدوده یک بازه از کران پایین تا کران بالا از بازده فازی قرار دارد. فاصله بزرگ‌تر بازده سبد سهام بین بدترین و بهترین مقادیر، شرایط عدم اطمینانی ایجاد می‌کند که سرمایه‌گذار نمی‌تواند آن را تحمل کند؛ بنابراین طبیعی است که عدم اطمینان از بازده فازی را به عنوان یک معیار ریسک جدید در بهینه‌سازی پرتفوی درنظر بگیریم.

۳-۲- هزینه معامله :

هزینه‌های معامله در کاربردهای عملی گزینش سبد سهام جهت دستیابی به تعدادی از هزینه‌ها همچون حق دلالی، مابه‌التفاوت‌های بین بالاترین قیمتی که خریدار می‌پردازد و پایین‌ترین قیمتی که فروشنده می‌خواهد بفروشد یا افزایش دارایی و ثروت مورد استفاده قرار می‌گیرند. هزینه‌های معامله، کاهش بازده سبد سهام را در پی‌دارند. از این‌رو، لحاظ کردن این هزینه‌ها در مدل‌های بهینه‌سازی گزینش سبد سهام، واقعاً ضروری است. حال فرض می‌کنیم سبد سهام اولیه‌ای ($\mathbf{x^0}$) داریم و می‌خواهیم در آن، به منظور دستیابی به یک سبد سهام بهینه ($\mathbf{x}$) توازن ایجاد نماییم؛ به عبارت دیگر، بهینه‌سازی مجدد پس از تعدیل سبد سهام موجود ($\mathbf{x^0}$) انجام می‌شود. هزینه‌های معامله خرید، به‌واسطه میزان افزایش از $\mathbf{x^0}$ اندازه‌گیری می‌شود و هزینه‌های معامله فروش، به‌واسطه میزان کاهش از $\mathbf{x^0}$ اندازه‌گیری می‌گردند. فرض کنید سرمایه‌گذار، هزینه‌های معامله خرید دارایی $\mathbf{i}$ ام ($\mathbf{x_i^+}$) را از طریق $\mathbf{B(x_i^+)}$ و فروش دارایی $\mathbf{i}$ ام $\mathbf{(x_i^-)}$ را به‌واسطه $\mathbf{S(x_i^-)}$، به دلال پرداخت کند. هزینه معامله به بار آمده در خصوص سهم خرید یا فروش دارایی $\mathbf{i}$ ام به صورت زیر می‌باشد:

$$C(x_i) = B(x_i^+) + S(x_i^-) \qquad i = 1, 2, \ldots, n \qquad (۱۰)$$

حال، هزینه معامله کل ایجاد توازن در سبد سهام، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$C(x) = \sum_{i=1}^{n} C(x_i) \qquad (۱۱)$$

Archive of SID

www.SID.ir

۳-۳- مدل‌سازی پرتفوی مبتنی بر نظریه اعتبار

۳-۳-۱- پارامترها و متغیرهای مدل متوازن سازی مجدد

λ_i : بازده فازی دارایی **i** ام

β_i: نرخ گردش فازی دارایی **i** ام

u_i: حداکثر وزن تخصیص یافته به دارایی **i** ام

l_i: حداقل وزن تخصیص یافته به دارایی **i** ام

x_i^0: سهم اولیه کل وجوه سرمایه‌گذاری شده در دارایی **i** ام یعنی قبل از متوازن سازی مجدد

x_i^+ : سهم خریداری شده دارایی **i** ام

x_i^- : سهم فروخته شده دارایی **i** ام

x_i: سهم نهایی کل وجوه سرمایه‌گذاری شده در دارایی **i** ام یعنی بعد از متوازن سازی مجدد

y_i: یک متغیر دو ارزشی نشانگر این امر که آیا دارایی **i** ام در سبد سهام وجود دارد یا خیر

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{اگر دارایی } i \text{ ام در سبد سهام وجود داشته باشد} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

h: تعداد دارایی‌های در نظر گرفته شده در سبد سهام

p: نرخ هزینه معامله خرید

q: نرخ هزینه معامله فروش

$B(x_i^+)$: تابع هزینه معامله خرید دارایی **i** ام را ارائه می‌دهد

$S(x_i^-)$: تابع هزینه معامله فروش دارایی **i** ام را ارائه می‌دهد

$C(x_i)$: هزینه معامله به بار آمده بر اساس خرید یا فروش دارایی i ام

C(x): هزینه معامله کل متوازن سازی مجدد سبد سهام

A^α: برش α از اعداد فازی **A**

Archive of SID

www.SID.ir

۳-۳-۲- محدودیت‌ها :

● سهم نهایی کل وجوه اختصاص یابنده به دارایی **i** ام بعد از متوازن سازی مجدد به صورت زیر می‌باشد:

$$x_i = x_i^0 + x_i^+ - x_i^- \quad ,i = 1,2,...,n. \qquad (۲۴)$$

● سرمایه‌گذار، در هر دوره زمانی موردنظر، بایستی، سهمی از دارایی **i** ام را بخرد (سرمایه‌گذاری) یا بفروشد (سرمایه‌برداری) یعنی خرید و فروش سهم یک دارایی، هم‌زمان صورت نمی‌گیرد. از این‌رو، محدودیت مکمل زیر باید در نظر گرفته شود.

$$x_i^+ . x_i^- = 0 \quad ,i = 1,2,...,n \qquad (۲۵)$$

● محدودیت زیر با فرض اینکه سرمایه‌گذار، هیچ سرمایه اضافی را در طول مدت متوازن سازی مجدد سبد سهام سرمایه‌گذاری نمی‌کند باید لحاظ گردد.

$$\sum_{i=1}^{n} x_i + C(x) = 1 \qquad (۲۶)$$

● حداکثر کسر سرمایه‌ای که در یک دارایی سرمایه‌گذاری می‌شود به صورت زیر بیان می‌گردد.

$$x_i \le u_i y_i \quad ,i = 1,2,...,n \qquad (۲۷)$$

● حداقل کسر سرمایه‌ای که در یک دارایی سرمایه‌گذاری می‌شود به صورت زیر بیان می‌گردد.

$$x_i \ge l_i y_i \quad ,i = 1,2,....,n \qquad (۲۸)$$

● تعداد دارایی‌های لحاظ شده در سبد سهام به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = h \qquad (۲۹)$$

● عدم فروش استقراضی دارایی‌ها به صورت زیر بیان می‌گردد.

$$x_i^+ \ge 0 \, , x_i^- \ge 0 \, , \, x_i \ge 0 \quad ,i = 1,2,....,n \qquad (۳۰)$$

Archive of SID

www.SID.ir

۳-۳-۳- مسئله تصمیم‌گیری :

مدل (I)

$$\text{Max } f_1(x) = E\left[\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \ldots + \lambda_n x_n - C(x)\right] \quad (۱۲)$$

$$\text{Min } f_2(x) = S\left[\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \ldots + \lambda_n x_n\right] \quad (۱۳)$$

$$\text{Max } f_3(x) = E\left[\beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \ldots + \beta_n x_n\right] \quad (۱۴)$$

$$\text{Min } f_4(x) = \int_0^1 \log\left[1 + \mu\left(A^{\alpha}\right)\right] \quad (۱۵)$$

$$x_i = x_i^0 + x_i^+ - x_i^- \qquad i = 1,2,\ldots,n. \quad (۱۶)$$

$$x_i^+ . x_i^- = 0 \qquad i = 1,2,\ldots,n \quad (۱۷)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i + C(x) = 1 \quad (۱۸)$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = h \quad (۱۹)$$

$$x_i \le u_i y_i \qquad i = 1,2,\ldots,n \quad (۲۰)$$

$$x_i \ge l_i y_i \qquad i = 1,2,\ldots,n \quad (۲۱)$$

$$x_i^+ \ge 0, x_i^- \ge 0, x_i \ge 0 \qquad i = 1,2,\ldots,n \quad (۲۲)$$

$$y_i \in \{0,1\} \qquad i = 1,2,\ldots,n \quad (۲۳)$$

حداکثر و حداقل سرمایه تخصیص یافته به دارایی‌های موجود سبد سهام در مدل بالا، به تعدادی از عوامل نظیر قیمت یا ارزش دارایی نسبت به قیمت یا ارزش متوسط کلیه دارایی‌های موجود در سبد سهام برگزیده، حداقل اندازه دارایی که می‌توان در بازار مبادله کرد، رفتار گذشته قیمت یا حجم دارایی، اطلاعات موجود در رابطه با توزیع یا تقسیم‌کننده دارایی و روندهای موجود در صنعتی که بخشی از آن به حساب می‌آید، وابسته می‌باشد. از این‌رو، سرمایه‌گذار، بسیاری از عوامل تحلیل اصولی و فنی تأثیرگذار بر شرکت و صنعت را مدنظر قرار می‌دهد. به دلیل اینکه سرمایه‌گذاران، اطلاعات موجود را به صورت متفاوتی مورد تفسیر قرار می‌دهند، یک بودجه سرمایه را به شکل متفاوتی تخصیص می‌دهند. محدودیت‌های متناظر به کران‌های پایین **li** و کران‌های بالای **ui** سرمایه‌گذاری در هر دارایی (که

Archive of SID

www.SID.ir

$(l_i \le u_i \ , u_i \le 1 \ , l_i \ge 0 \quad , \forall_i)$ به منظور جلوگیری از بروز تعداد زیاد سرمایه‌گذاری‌های بسیار کوچک (این امر، به‌واسطه کران‌های پایین حاصل می‌گردد) و تأمین تنوع‌بخشی کافی به سرمایه‌گذاری (این امر، به‌واسطه کران‌های بالا حاصل می‌گردد) لحاظ می‌گردند. سرمایه‌گذار، از میان کلیه دارایی‌های موجود، آن دارایی‌ها را برمی‌گزینند که اولویت‌های او را با بیشترین میزان احتمال برآورده و تأمین می‌سازند. سرمایه‌گذاران در خصوص تعداد دارایی‌هایی که می‌توانند به نحو مؤثر در سبد سهام مدیریت نمایند نیز دیدگاه متفاوتی دارند.

۳-۴- روش حل به صورت چندهدفه :

برنامه ریزی آرمانی برای حل مسائل بهینه‌سازی با توابع هدف متعدد و متناقض کاربرد گسترده‌ای دارد. برنامه ریزی آرمانی فازی را در رویکرد حل، با یک الگوریتم هوشمند ترکیبی (**HIA**) ترکیب می‌کنیم. در مدل برنامه ریزی آرمانی فازی، ابتدا بدترین و بهترین ارزش هر تابع هدف غیرقطعی یا نامشخص مدل (**I**) را با استفاده از **HIA** محاسبه می‌کنیم.

۱-۴-۳- الگوریتم هوشمند ترکیبی :

مدل چندهدفه فازی (**I**) مسئله متوازن سازی مجدد سبد سهام با پارامترهای فازی را در برمی‌گیرد. زمانی که تابع عضویت پارامترهای فازی، به‌واسطه اشکال توابع عمومی مشخص می‌گردند، تبدیل یک مدل فازی به مدل مشخص معادل، به لحاظ محاسباتی دشوار می‌باشد؛ بنابراین، یک **HIA** را برای محاسبه بدترین و بهترین ارزش هر تابع هدف فازی (**I**) طراحی می‌کنیم و توسعه می‌دهیم.

۱-۱-۴-۳- شبیه سازی فازی :

شبیه سازی فازی در **HIA** جهت محاسبه ارزش‌های توابع هدف غیرقطعی یا نامشخص بکار می‌رود. با فرض اینکه **x**، یک بردار تصمیم و ξ، یک بردار فازی است، فرض کنید **F(x,**ξ**)** نشانگر یک کمیت فازی باشد و $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ و $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ باشد، آنگاه $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$، بردار تابع عضویت ξ را نشان می‌دهد. تابع غیرقطعی یا نامشخص زیر را برای محاسبه ارزش‌های مورد انتظار در نظر می‌گیریم :

$$U : x \to E\left[F(x, \xi)\right] \qquad (۳۱)$$

الگوریتم شبیه سازی فازی برای محاسبه $E\left[F(x, \xi)\right]$ به‌صورت زیر می‌باشد (لیو، ۲۰۰۲، ۵۷-۸۲):

Archive of SID

www.SID.ir

گام اول: ابتدا $\mathbf{E}$ برابر باارزش منتظره پرتفوی را برابر صفر قرار بدهید و به گام بعدی بروید. ($\mathbf{E=0}$)

گام دوم: u_{ij} برای اجرای شبیه سازی $\mathbf{i}$ ام را به‌صورت تصادفی با استفاده از مجموعه‌های سطح ε متغیرهای فازی ξ_i، به دست آورید به‌طوری‌که $\mu_{ij}(u_{ij}) \geq \varepsilon$ به ازای $\mathbf{i= 1, 2,..., n}$ و $\mathbf{j= 1, 2,...,}$ $\mathbf{N}$ باشد که $\boldsymbol{\varepsilon}$، یک عدد مثبت به اندازه کافی کوچک و $\mathbf{N}$، یک عدد به اندازه کافی بزرگ است $u_j = \left(u_{1j}, u_{2j}, \ldots, u_{nj}\right)$ و $\mu(u_j) = \mu_{1j}(u_{1j}) \wedge \mu_{2j}(u_{2j}) \wedge \ldots \wedge \mu_{nj}(u_{nj})$ را تعیین نمایید.

گام سوم: مقادیر $\mathbf{a}$ و $\mathbf{b}$ را که به ترتیب حداقل و حداکثر بازده پرتفوی در $\mathbf{N}$ بار آزمایش است را به کمک $a = F(x,u_1) \wedge F(x,u_2) \wedge \ldots \wedge F(x,u_N)$ و $b = F(x,u_1) \vee F(x,u_2) \vee \ldots \vee F(x,u_N)$ $a = \min_{1 \leq j \leq N} F(x, u_j)$ و $b = \max_{1 \leq j \leq N} F(x, u_j)$ است، محاسبه کنید.

گام چهارم: $\mathbf{y}$ را به صورت تصادفی در بازه $[\mathbf{a\ b}]$ تولید کنید.

گام پنجم: اگر $y \geq 0$، آنگاه $E + Cr\{F(x,\xi) \geq y\}$ که

$$Cr\{F(x,\xi) \geq y\} = \frac{1}{2}\left(\max_{1 \leq j \leq N}\{\mu(u_j) \mid F(x,u_j) \geq y\} + 1 - \max_{1 \leq j \leq N}\{\mu(u_j) \mid F(x,u_j) < y\}\right)$$

گام ششم: اگر $y < 0$، آنگاه $E - Cr\{F(x,\xi) \geq y\}$ که

$$Cr\{F(x,\xi) \leq y\} = \frac{1}{2}\left(\max_{1 \leq j \leq N}\{\mu(u_j) \mid F(x,u_j) \leq y\} + 1 - \max_{1 \leq j \leq N}\{\mu(u_j) \mid F(x,u_j) > y\}\right)$$

گام هفتم: مرحله ۴ تا ۶ را $\mathbf{N}$ بار تکرار کنید و سپس به گام بعدی بروید.

گام هشتم : $E\left[F(x,\xi)\right] = a \vee 0 + b \wedge 0 + E.(b-a)/N$ که

$$E\left[F(x,\xi)\right] = \max(a,0) + \min(b,0) + E.(b-a)/N$$

۲-۱-۴-۳- مدل‌سازی الگوریتم ژنتیک :

مرحله اول: کروموزوم‌های مناسب دارای طول برابر با اندازه جمعیت موردنظر را مقداردهی اولیه نمایید.

مرحله دوم: شبیه سازی فازی را جهت محاسبه ارزش مورد انتظار هر تابع هدف غیرقطعی یا نامشخص مدل **(I)** بکار برید.

Archive of SID

www.SID.ir

مرحله سوم: شایستگی هر کروموزوم را با استفاده از ارزش‌های مورد انتظار به دست آمده در مرحله دوم محاسبه و کروموزوم‌های امکان‌ناپذیر نقض‌کننده محدودیت (۱۹) را مجازات کنید.

مرحله چهارم: عملیات نخبه‌گرایی را اجرا نمایید.

مرحله پنجم: کروموزوم‌های جمعیت والد در هر نسل بعدی را با استفاده از انتخاب به روش تورنمنت ۴ بازیکنی انتخاب کنید.

مرحله ششم: جمعیت والد را با استفاده از عملیات تقاطع و جهش به روز سازید.

مرحله هفتم: مراحل دوم تا ششم را برای تعداد موردنظر نسل‌ها تکرار نمایید.

مرحله هشتم: بهترین کروموزوم تمام نسل‌ها را با توجه به بهترین (بدترین) راه حل موردنظر انتخاب کنید

۲-۴-۳- برنامه ریزی آرمانی فازی :

مدل برنامه ریزی آرمانی فازی مسئله متوازن سازی مجدد سبد سهام، به دستیابی به بالاترین ارزش عضویت هر هدف فازی کمک می‌کند. اهداف فازی، با استفاده از «عملگر مجموع یا حاصل‌ضرب» جمع می‌گردند. مدل برنامه ریزی آرمانی فازی مدل ارزش مورد انتظار چندهدفه (**I**) زیر را ارائه می‌نماییم.

مدل (**II**)

$$\max W=\left(\mu_{f1}(x)w_1+\mu_{f2}(x)w_2+\mu_{f3}(x)w_3+\mu_{f4}(x)w_4\right) \quad (۳۲)$$

s.t. محدودیت‌های (۱۶) تا (۲۳)

$$\mu_{f1}(x)=\frac{f_1(x)-L_1}{U_1-L_1} \quad (۳۳)$$

$$\mu_{f_2}(x)=\frac{U_2-f_2(x)}{U_2-L_2} \quad (۳۴)$$

$$\mu_{f_3}(x)=\frac{f_3(x)-L_3}{U_3-L_3} \quad (۳۵)$$

$$\mu_{f_4}(x)=\frac{U_4-f_4(x)}{U_4-L_4} \quad (۳۶)$$

Archive of SID

www.SID.ir

$$f_1(x) = E\left[\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \ldots + \lambda_n x_n - C(x)\right] \quad (۳۷)$$

$$f_2(x) = S\left[\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \ldots + \lambda_n x_n\right] \quad (۳۸)$$

$$f_3(x) = E\left[\beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \ldots + \beta_n x_n\right] \quad (۳۹)$$

$$f_4(x) = \int_0^1 \log\left[1 + \mu\left(A^{\alpha}\right)\right] \quad (۴۰)$$

$$w_1 + w_2 + w_3 + w_4 = 1 \quad (۴۱)$$

w_1، w_2، w_3 و w_4 ، سطوح مطلوبیت موردنظر اهداف فازی متناظر به چهار تابع هدف می‌باشند. مسئله مدل (**II**) برای تغییر سطح مطلوبیت سرمایه‌گذار در رابطه با دستیابی به اهداف فازی متناظر به انواع مختلف سرمایه‌گذار را می‌توان حل نمود. **HIA** دارای تابع ارزیابی تناسب مجدداً طراحی شده را برای حصول راه‌حل‌های مدل (**II**) بکار می‌بریم. راه‌حلی که متناظر به کروموزوم دارای بیشترین تناسب در کلیه نسل‌هاست به عنوان راه حل مشخص موردنظر گزینش می‌گردد.

۴-۱- انتخاب سهام هدف :

سهام هدف در حقیقت معرف مجموعه سهامی است که برای یک سرمایه‌گذار قابل انتخاب و سرمایه‌گذاری است و می‌تواند در پرتفوی وی قرار بگیرد. داده‌های مورد استفاده در این تحقیق از سهام شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار هستند که با توجه به موضوع تحقیق که مسئله‌ی متوازن سازی مجدد است و یکی از معیارهای مهم در متوازن سازی مجدد درجه نقدشوندگی سهام است، از داده‌های ۱۰ شرکت برتر بورس استفاده شده است که سهام شرکت‌های برتر نسبتاً درجه نقدشوندگی بهتری دارند. در این تحقیق از داده‌های ۱۰ شرکت برتر بورس اوراق بهادار نه ماهه‌ی اول سال ۹۴ استفاده شده است. داده‌های موردنظر از سایت **www.tse.ir** استخراج شده‌اند.

جدول ۲: شرکت‌های مورد مطالعه و نماد آن‌ها

ردیف	نام شرکت	نماد
۱	صنایع پتروشیمی خلیج‌فارس	فارس
۲	سرمایه‌گذاری غدیر (هلدینگ)	وغدیر

Archive of SID

www.SID.ir

۳	بانک ملت	وبملت
۴	شرکت ارتباطات سیار	همراه
۵	فولاد مبارکه اصفهان	فولاد
۶	بانک صادرات ایران	وبصادر
۷	مخابرات ایران	اخابر
۸	صنایع مس ملی ایران	فملی
۹	ایران خودرو	خودرو
۱۰	بانک پاسارگاد	وپاسار

۴-۲- استخراج داده‌ها :

در جدول ۴-۲، داده‌های مربوط به بازده و نقدینگی ۱۰ دارایی مختلف به شکل فازی با استفاده از یک توزیع احتمال ذوزنقه‌ای شکل به صورت **(a, b, c, d)** ارائه می‌گردند که **b** و **c** ارزش‌های مرکزی و **a** و **d** به ترتیب نقطه انتهایی سمت چپ و نقطه انتهایی سمت راست می‌باشند.

جدول ۳: داده‌های فازی مربوط به بازده و نقدینگی دارایی‌ها

دارایی	بازده	نقدینگی
فارس	(-0.6321, -0.1082, 0.2411, 0.9397)	(0.000452, 0.001303, 0.003007, 0.008967)
وغدیر	(-0.9144, -0.0435, 0.3919, 1.0451)	(0.002775, 0.006983, 0.011191, 0.023816)
وبملت	(-1.8422, -0.0342, 0.8699, 1.7739)	(0.017228, 0.03418, 0.085038, 0.118942)
همراه	(-0.4679, -0.0876, 0.2926, 0.6728)	(0.0015, 0.004267, 0.0098, 0.18101)
فولاد	(-0.8235, -0.2563, 0.1219, 0.8782)	(0.001853, 0.006235, 0.010617, 0.021572)
وبصادر	(-3.3690, 0.1023, 0.7965, 4.1521)	(0.040764, 0.089244, 0.186202, 0.428597)
اخابر	(-1.0928, -0.0469, 0.3715, 1.4174)	(0.000669, 0.001464, 0.004645, 0.13393)
فملی	(-1.3606, -0.1769, 0.4149, 1.3027)	(0.00199, 0.004508, 0.007026, 0.019617)
خودرو	(-4.2311, 0.0294, 1.0945, 3.2247)	(0.025124, 0.052551, 0.134834, 0.189689)
وپاسار	(-0.9081, -0.0231, 0.2719, 0.8619)	(0.003084, 0.006039, 0.011948, 0.017857)

Archive of SID

www.SID.ir

۴-۳- ویژگی‌های اصلی مسئله :

- تعداد دارایی در نظر گرفته شده در سبد سهام: $h = 7$
- حداکثر وزن تخصیص یافته به دارایی **i** ام: $u_i = 0.3$
- حداقل وزن تخصیص یافته به دارایی **i** ام: $l_i = 0.05$
- تعداد نسل: $N = 3000$
- نرخ هزینه معاملاتی مطابق با قوانین سازمان بورس:

مطابق با قوانین سازمان بورس، هزینه معاملات به صورت ۰,۰۰۴۸۶ برای خرید و ۰,۰۱۰۲۹ برای فروش سهام در نظر گرفته می‌شود.

۴-۴- خروجی حاصل از اجرای مسئله با MATLAB :

۴-۴-۱- تنظیم پارامترهای الگوریتم ژنتیک بر اساس تاگوچی :

برای تنظیم پارامترها الگوریتم ژنتیک از روش تاگوچی در نرم‌افزار **Minitab.17** استفاده گردید. سه پارامتر الگوریتم، نرخ تقاطع (P_c)، نرخ جهش (P_m) و اندازه جمعیت (**popsize**)، هریک در سه سطح تعیین شد و نه سناریو پیشنهادی نرم‌افزار در این روش، استفاده گردید.

جدول ۰۳: سطوح تعیین‌شده پارامترها

GA			Level
Parameter	۱	۲	۳
P_c	۰,۵۵	۰,۶	۰,۷
P_m	۰,۱۵	۰,۲	۰,۲۵
Popsize	۱۰۰	۲۵۰	۵۰۰

جهت بررسی سناریوها موقعیت فرضی را در نظر می‌گیریم که در آن، سرمایه‌گذار خواهان دستیابی به میزان برابری از تابع هدف است. مسئله مدل (**II**) را با استفاده از ارزش‌های مختلف $(w_1, w_2, w_3, w_4) = (0.25, 025, 025, 025)$ح)می‌کنیم.

Archive of SID

www.SID.ir

جدول ۵: مقدار تابع برازندگی الگوریتم ژنتیک در سناریوهای مختلف

Sen No	W
۱	۰,۳۰۷۵۳
۲	۰,۳۰۱۶۱
۳	۰,۳۳۸۵۵
۴	۰,۳۰۴۱۳
۵	۰,۳۱۲۴۷
۶	۰,۳۳۵۴۳
۷	۰,۳۱۶۶۷
۸	۰,۳۰۲۳۱
۹	۰,۳۲۷۰۳

بر اساس: نسبت **S/N** و میانگین در هریک از سطوح پارامترها، سطوح مناسب برای پارامترها تعیین گردید که در جدول ۴-۷، مشخص شده است.

جدول ۶: مقادیر پارامترهای الگوریتم پس از تنظیم پارامترها به روش تاگوچی

Parameter	p_c	p_m	Popsize
Value	۰,۶	۰,۲۵	۵۰۰

۲-۴-۴- اجرای مدل توسط الگوریتم ژنتیک با درنظرگرفتن سطوح مختلف سرمایه‌گذار :

از آنجاکه سرمایه گذاری ها و تصمیم های سرمایه گذاری تحت تاثیر نوسانات ناشی از اوضاع اقتصادی و اجتماعی قرار می گیرد، رویکرد رسیدن به نقطه بهینه همواره بهترین رویکرد نیست. رسیدن به یک نقطه مطلوب بهتر از دیدگاه رسیدن به وضعیت بهینه است. سرمایه گذار در سرمایه گذاری های خود همواره نسبت به بازده و ریسک موردانتظار اشتیاق و توجه خاصی دارد. در مالی و سرمایه گذاری، تخصص و تجربه نقش بسیار مهمی دارند. در اخذ تصمیمات، سرمایه گذار با توجه به سطح اشتیاقش نسبت به بازده و ریسک مورد انتظار، تصمیم گیری می کند (فدائی نژاد و بنائیان،۱۳۸۹). یک سرمایه گذار سبد را متوازن سازی میکند تا مجددا وزن بخش ها در حالت مناسب تری متعادل شوند. اگر وزن بخش ها به نسبت سطح ریسک پذیری سرمایه گذار متناسب نباشد یا اگر استراتژی یا میزان تحمل ریسک یک

Archive of SID

www.SID.ir

سرمایه گذار تغییر کرده باشد متوازن سازی مجدد باعث می شود سطح ریسک هر بخش از سبد با وزن آن بخش همواره در حالت تنظیم قرار بگیرد. بدیهی است افراد با سطح ریسک پذیری بالاتر، وزن زیادتری از سبد خود را به سهام پر ریسک تر تخصیص می دهند و در ازای آن انتظار بازدهی بالاتری نیز دارند. اگر همین افراد ، متناسب با سطح ریسک پذیری بالای خود توازن خوبی بین وزن سهامشان برقرار نسازند (مثلا وزن سهام کم ریسک آنها در سبد بیشتر از سهام پرریسک آنها باشد)، بالطبع بازدهی آنها در پایان سال برابر انتظار آن ها نخواهد بود.

۴-۴-۲-۱- سرمایه گذار ریسک‌پذیر :

در این موقعیت، سرمایه‌گذار خواهان دستیابی به بازده بیشتر در مقایسه با اهداف نقدینگی و ریسک و عدم قطعیت است. مسئله مدل **(II)** را با استفاده از ارزش‌های مختلف $(w_1، w_2، w_3، w_4) = (0.35 ، 0.15 ، 0.30 ، 0.20)$ حل می‌کنیم. نتایج محاسباتی متناظر به حداکثر تناسب **GA**، در جدول ۴-۸ گزارش می‌شود.

در جدول ۷ مشاهده می‌شود که سبد سهام اولیه به‌واسطه فروش سهام دارایی‌های وغدیر، وبملت، همراه و اخابر به‌واسطه خرید سهم‌های بیشتری از دارایی‌های وبصادر، خودرو و پاسار تعدیل می‌گردد. هزینه معامله خرید و فروش هر یک از دارایی‌ها و هزینه کل ایجاد توازن نیز در جدول ۷ گزارش می‌شود.

Archive of SID

www.SID.ir

جدول ۷: سبد سهام بهینه سرمایه‌گذار ریسک‌پذیر

$(w_1, w_2, w_3, w_4) = (۰.۳۵ ، ۰.۱۵ ، ۰.۳۰ ، ۰.۲۰)$

$Max\ W =$۰,۳۲۱۹۵	دارایی				
	فارس	وغدیر	وبملت	همراه	فولاد
سهم اولیه (x_i^0)	۰	۰,۲۳۹۳	۰,۲۰۸۳	۰,۱۴۰۵	۰
سهم خرید (x_i^+)	۰	۰	۰	۰	۰
سهم فروش(x_i^-)	۰	۰,۱۴۴۶	۰,۱۴۶۲	۰,۰۵۳۵	۰
سهم جدید تعدیل یافته(x_i)	۰	۰,۰۹۴۷	۰,۰۶۲۱	۰,۰۸۷۰	۰
هزینه معامله خرید $B(x_i^+)$	۰	۰	۰	۰	۰
هزینه معامله فروش $S(x_i^-)$	۰	۰,۰۰۱۴۹	۰,۰۰۱۵	۰,۰۰۰۵۵	۰
	وبصادر	اخابر	فملی	خودرو	وپاسار
سهم اولیه (x_i^0)	۰,۱۹۹۲	۰,۰۸۸۱	۰	۰,۰۸۹۳	۰,۰۸۱۹
سهم خرید (x_i^+)	۰,۰۹۸۶	۰	۰	۰,۱۶۴۰	۰,۰۳۶۸
سهم فروش(x_i^-)	۰	۰,۰۰۶۸	۰	۰	۰
سهم جدید تعدیل یافته(x_i)	۰,۲۹۷۷	۰,۰۸۱۳	۰	۰,۲۵۳۳	۰,۱۱۸۷
هزینه معامله خرید $B(x_i^+)$	۰,۰۰۰۴۸	۰	۰	۰,۰۰۰۸	۰,۰۰۰۱۸
هزینه معامله فروش $S(x_i^-)$	۰	۰,۰۰۰۰۷	۰	۰	۰
هزینه کل معامله(خرید)	۰,۰۰۰۷۴				
هزینه کل معامله(فروش)	۰,۰۰۳۶۱				
هزینه کل ایجاد توازن	۰,۰۰۴۳۵				

۴-۴-۲-۲- سرمایه‌گذار میانه‌رو :

در این موقعیت، سرمایه‌گذار خواهان دستیابی به میزان تقریباً برابری از ریسک و نقدینگی و بازده می‌باشد. نتایج محاسباتی متناظر به $(w_1, w_2, w_3, w_4) = (0.0.30.30 ، 0.0.20.20)$ در جدول ۸ گزارش می‌شود.

Archive of SID

www.SID.ir

در جدول ۸ مشاهده می‌شود که سبد سهام اولیه، به‌واسطه فروش سهام دارایی‌های همراه و فملی و به‌واسطه خرید سهم‌های بیشتر دارایی‌های فارس، وبصادر، اخابر، خودرو و وپاسار تعدیل می‌یابد. هزینه معامله خرید و فروش هر یک از دارایی‌ها و هزینه کل ایجاد توازن در جدول ۸ گزارش می‌شود.

جدول ۸: سبد سهام بهینه سرمایه‌گذار میانه‌رو

$(w_1,w_2,w_3,w_4) = (۰.۳۰،۰.۳۰ ،۰.۲۰،۰.۲۰)$

$Max\ W =$ ۰,۳۴۵۹۵	دارایی				
	فارس	وغدیر	وبملت	همراه	فولاد
سهم اولیه (x_i^0)	۰,۰۵۴۴	۰	۰	۰,۲۸۶۶	۰
سهم خرید (x_i^+)	۰,۰۵۹۶	۰	۰	۰	۰
سهم فروش(x_i^-)	۰	۰	۰	۰,۱۷۰۶	۰
سهم جدید تعدیل یافته(x_i)	۰,۱۱۳۰	۰	۰	۰,۱۱۶۰	۰
هزینه معامله خرید $B(x_i^+)$	۰,۰۰۰۲۹	۰	۰	۰	۰
هزینه معامله فروش $S(x_i^-)$	۰	۰	۰	۰,۰۰۱۷۶	۰
	وبصادر	اخابر	فملی	خودرو	وپاسار
سهم اولیه (x_i^0)	۰,۰۵۰۶	۰,۰۶۸۳	۰,۲۵۸۷	۰,۱۰۴۶	۰,۰۷۵۶
سهم خرید (x_i^+)	۰,۱۸۳۳	۰,۰۱۲۱	۰	۰,۱۵۹۰	۰,۰۴۵۷
سهم فروش(x_i^-)	۰	۰	۰,۱۹۴	۰	۰
سهم جدید تعدیل یافته(x_i)	۰,۲۳۳۹	۰,۰۸۰۴	۰,۰۶۴۷	۰,۲۶۳۶	۰,۱۲۱۳
هزینه معامله خرید $B(x_i^+)$	۰,۰۰۰۹۰	۰,۰۰۰۰۵	۰	۰,۰۰۰۷۷	۰,۰۰۰۲۲
هزینه معامله فروش $S(x_i^-)$	۰	۰	۰,۰۰۱۹۹	۰	۰
هزینه کل معامله(خرید)	۰,۰۰۰۲۲۳				
هزینه کل معامله(فروش)	۰,۰۰۳۷۵				
هزینه کل ایجاد توازن	۰,۰۰۳۹۷۳				

۴-۴-۲-۳- سرمایه‌گذار محافظه‌کار :

در این موقعیت، سرمایه‌گذار خواهان دستیابی به سطح ریسک پایین‌تر سبد سهام در مقایسه با اهداف بازده و نقدینگی است. نتایج محاسباتی متناظر به $(\mathbf{w_1},\mathbf{w_2},\mathbf{w_3},\mathbf{w_4}) = (\mathbf{0.15}\ ،\mathbf{0.35}\ ،\ \mathbf{0.30}\ ،\ \mathbf{0.20})$ در

Archive of SID

www.SID.ir

جدول ۹ گزارش می‌شود. در جدول ۹ مشاهده می‌شود که سبد سهام اولیه، به‌واسطه فروش سهام دارایی‌های وبملت و وپاسار و به‌واسطه خرید سهم بیشتری از دارایی‌های فارس، وغدیر، فولاد، اخابر و فملی تعدیل می‌یابد. هزینه معامله خرید و فروش هر یک از دارایی‌ها و هزینه کل ایجاد توازن نیز در جدول ۹ گزارش داده می‌شود.

جدول ۰۹: سبد سهام بهینه سرمایه‌گذار محافظه‌کار

$(w_1, w_2, w_3, w_4) = (۰.۳۰, ۰.۳۰, ۰.۲۰, ۰.۲۰)$

	دارایی				
$Max\ W =$ ۰,۳۲۴۳۵	فارس	وغدیر	وبملت	همراه	فولاد
سهم اولیه (x_i^0)	۰,۱۰۰۵	۰,۰۷۰۴	۰,۰۷۰۱	۰	۰,۰۶۸۲
سهم خرید (x_i^+)	۰,۰۱۰۸	۰,۱۳۹۷	۰	۰	۰,۱۸۱۵
سهم فروش(x_i^-)	۰	۰	۰,۰۰۹۹	۰	۰
سهم جدید تعدیل یافته(x_i)	۰,۱۱۱۳	۰,۲۱۰۱	۰,۰۶۰۲	۰	۰,۲۴۹۷
هزینه معامله خرید $B(x_i^+)$	۰,۰۰۰۵	۰,۰۰۰۶۸	۰	۰	۰,۰۰۰۸۸
هزینه معامله فروش $S(x_i^-)$	۰	۰	۰,۰۰۰۱۰	۰	۰
	وبصادر	اخابر	فملی	خودرو	وپاسار
سهم اولیه (x_i^0)	۰	۰,۰۳۹۹	۰,۰۴۶۲	۰	۰,۱۳۳۳
سهم خرید (x_i^+)	۰	۰,۰۳۵۷	۰,۱۳۲۹	۰	۰
سهم فروش(x_i^-)	۰	۰	۰	۰	۰,۰۲۲۰
سهم جدید تعدیل یافته(x_i)	۰	۰,۰۷۵۶	۰,۱۷۹۱	۰	۰,۱۱۱۲
هزینه معامله خرید $B(x_i^+)$	۰	۰,۰۰۰۱۷	۰,۰۰۰۶۵	۰	۰
هزینه معامله فروش $S(x_i^-)$	۰	۰	۰	۰	۰,۰۰۰۲۳
هزینه کل معامله(خرید)	۰,۰۰۲۴۳				
هزینه کل معامله(فروش)	۰,۰۰۰۳۳				
هزینه کل ایجاد توازن	۰,۰۰۲۷۳				

Archive of SID

www.SID.ir

۵- نتیجه‌گیری و بحث

مدل متوازن سازی مجدد پرتفوی چندهدفه با پارامترهای فازی را با توجه به خصوصیات بازده، ریسک، نقدینگی و عدم قطعیت دارایی‌ها در این پژوهش ارائه کردیم. نظر به اینکه هزینه‌های معامله در دنیای واقعی بر اساس ایجاد توازن در یک سبد سهام پرداخت می‌شوند، هزینه‌های معامله را مورد توجه قرار داده و این هزینه‌ها در بازده خالص سبد سهام تعدیل می‌یابند. یک **HIA** و رویکرد برنامه ریزی هدف فازی را جهت حل مسئله مدل متوازن سازی مجدد پرتفوی چندهدفه با پارامترهای فازی ارائه نمودیم. رویکرد برنامه ریزی هدف فازی به حصول بالاترین ارزش عضویت هر هدف فازی کمک می‌کند. این بعد، در مسئله متوازن سازی سبد سهام، از اهمیت بسیار زیادی برخوردار می‌باشد، زیرا سرمایه‌گذار دوست ندارد که به یک سبد پایین‌تر به لحاظ خصوصیات بازده، ریسک، نقدینگی و عدم قطعیت از سبد سهام موجود دست یابد. نمونه‌های عددی مدل متوازن سازی مجدد پرتفوی چندهدفه با پارامترهای فازی جهت نشان دادن کاربرد مدل ارائه گردیده‌اند. نتایج حاصل بیانگر آن است که متوازن سازی مجدد پرتفوی، می‌تواند بازدهی (با در نظر گرفتن هزینه معامله) پرتفوی را کنترل نماید و یا افزایش دهد و همچنین ریسک پرتفوی را نیز کنترل می‌نماید و یا کاهش می‌دهد. سرمایه‌گذار، اولویت‌های متمایز در رابطه با بازده، ریسک و نقدینگی دارد که با استفاده از هر رویکرد پیشنهادی همان‌گونه که با استفاده از سه سطح سرمایه‌گذار نشان داده شد، به نحو کارآمدی مدیریت و کنترل می‌شود. بدیهی است افراد با سطح ریسک‌پذیری بالاتر، وزن زیادتری از سبد خود را به سهام پر ریسک تر تخصیص می‌دهند و در ازای آن انتظار بازدهی بالاتری را نیز دارند. مزیت عمده این مدل، این است که نه تنها یک مدل چندهدفه می‌باشد، بلکه عدم قطعیت بازار سرمایه‌گذاری را به شکل واقع‌گرایانه‌تری رفع می‌نماید، چرا که پارامترهای فازی مربوط به بازده، نقدینگی، ریسک و عدم قطعیت دارای اشکال تابعی عمومی می‌باشند. درنتیجه، این مدل، به وضعیت واقع‌گرایانه‌تری از بازار سرمایه دست می‌یابد که در آن، هزینه‌های معامله بر مبادله دارایی‌ها تحمیل می‌گردند؛ اما معیارهای بیشتری جهت دستیابی به اولویت‌های سرمایه‌گذار شناسایی و اضافه می‌شوند.

برای پژوهش‌های آتی پیشنهاد می‌گردد این مدل را با استفاده از پارامترهایی چون تصادفی، تصادفی فازی و فازی تصادفی، در سایر محیط‌ها آزمون گردد. همچنین می‌توان اهداف بیشتری برای مسئله‌ی متوازن سازی مجدد در حالات مختلف مسئله در نظر گرفته شود تا تأثیر متوازن سازی مجدد پرتفوی برای اهداف دیگری از جمله گشتاورهای مرتبه بالاتر نظیر کشیدگی و چولگی، بررسی شود که با افزایش

Archive of SID

www.SID.ir

ابعاد مسئله، استفاده از الگوریتم‌های فرا ابتکاری از جمله الگوریتم ژنتیک چندهدفه، برای تحقیقات آتی پیشنهاد می‌گردد.

Archive of SID

www.SID.ir

۶- فهرست منابع :

۱) ابزری، مهدی؛ کبیری پور، وحید و سهیلی، سیروس. (۱۳۹۲). دانش حسابداری، سال چهارم، شماره ۱۵. صفحه ۱۰۳- ۷۹

۲) خیامیم، آرش؛ میرزا زاده، ابوالفضل؛ نادری، بهمن. (۱۳۹۳)، یک مدل فازی برای به روز رسانی پرتفوی با در نظر گرفتن هزینه‌های معاملات: پیاده‌سازی در بورس اوراق بهادار تهران. مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال یازدهم، شماره دوم (پیاپی ۴۱)، ص ص ۹۳- ۷۵.

۳) رضایی پندری، عباس؛ آذر، عادل و رعیتی شوازی، علیرضا. (۱۳۹۰)، به‌کارگیری الگوریتم ژنتیک برای انتخاب پرتفوی بهینه با اهداف غیر خطی (بورس اوراق بهادار تهران)، فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران، شماره ۴۸.

۴) فدائی نژاد، محمد اسماعیل و بنائیان، حمید. (۱۳۸۹)، طراحی متوازن سازی مجدد پرتفوی سرمای گذاری با در نظر گرفتن هزینه معاملاتی بر مبنای رویکرد تصمیم‌گیری فازی. هشتمین کنفرانس بین‌المللی مدیریت.

5) Chang, S.,2013.Can cross country portfolio rebalancing give rise to forward bias in FX markets? J.Int.Money Financ.32 1079–1096.

6) Chiam, S.C., Tan, K.C., Mamun, A.A. 2013. Dynamic index tracking via multi-objective evolutionary algorithm. Applied Soft Computing, vol. 13, no. 7, pp. 3392–3408.

7) Chen, A. H., Fabozzi, F. J., Huang, D., (2012). Portfolio revision under mean-variance and mean-CVaR with transaction costs. Review of Quantitative Finance and Accounting, 39(4), 509-526.

8) Choobineh, F., Branting, D., "A Simple Approximation for Semivariance", European Journal of Operational Research, Vol. 27, 1986, pp. 364-370.

9) Curcuru , S.E., Thomas, C.P., Warnock, F.E., Wongswan, J., 2014. Uncovered Equity Parity and rebalancing in international portfolios. Journal of International Money and Finance 47: 86-99

10) Dubois, D., & Prade, H. (1988). possibility theory: Approach to computerized processing of uncertainty, plennm N. 4.

Archive of SID

www.SID.ir

11) Eaker, R. Grant, D. 2002. The wealth effects of Portfolio rebalancing in emerging equity markets. Journal of Multinational Financial Management 12,79-88.

12) Enea, M., & Piazza, T. 2004. Project selection by constrained fuzzy AHP.Fuzzy Optimization and Decision Making, 3(1), 39-62.

13) Fang, Y., Lai, K.K., Wang, S.Y., 2006. Portfolio rebalancing model with transaction costs based on fuzzy decision theory. European Journal of Operational Research 175, 879–893.

14) Feng, Y. Medo, M. Zhang, L. Zhang, Y.C. 2011. Transaction fees and optimal rebalancing in the growth-optimal portfolio. Journal of Physica A 390,1635-1645.

15) Gelman, M., Jochem, A., Reitz, S., Taylor, M.P., 2015, Real Financial Market Exchange Rates and Capital Flows, Journal of International Money and Finance, 54:50–69.

16) Glasserman, Paul, 2012. Risk Horizon and Rebalancing Horizon in Portfolio Risk Measurement. Mathematical Finance, Vol. 22, No. 2, 215–249.

17) Glen, JJ., 2011. Mean-variance portfolio rebalancing with transaction costs and funding changes. Journal of the Operational Research Society, 62: 667-676

18) Guastaroba, G., Mansini, R. & Speranza, M.G. 2009. Models and Simulations for Portfolio Rebalancing. Comput Econ, 33: 237-262.

19) Gupta, P. Mittal, G. Mehlawat, M.K. 2013. Expected value multiobjective portfolio rebalancing model with fuzzy parameters. Journal of Insurance: Mathematics and Economics 52,190-203.

20) Gupta, P.; Mittal, G.; Mehlawat, M. K. 2014. A Multicriteria Optimization Model of. Portfolio Rebalancing with Transaction Costs in Fuzzy Environment, Memetic Computing. 6(1): 61-74. doi: 10.1007.

21) Gyntelberg, J., Loretan, M., Subhanij, T., Chan, E., 2014. Exchange rate fluctuations and international portfolio rebalancing. Emerging Markets Review 18: 34–44

22) Huang, X., 2007. Portfolio selection with fuzzy returns. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems 18, 383–390.

Archive of SID

www.SID.ir

23) Huang, X., 2008. Mean-semivariance models for fuzzy portfolio selection. Journal of Computational and Applied Mathematics 217, 1–8.

24) Huang, X., 2009. A review of credibilistic portfolio selection. Fuzzy Optimization and Decision Making 8, 263–281.

25) Johnson, K., Shannon, D., (1974). A note on diversification and the reduction of dispersion. Journal of Financial Economics, 365-372.

26) Kaplan, P.D., Alldredge, R.H., "Semivariance in Risk-Based Index Construction: Quantidex Global Indexes", The Journal of Investing, Vol. 6, 1997, pp. 82-87.

27) Kumar, P., Panda, G., Gupta, U., 2015. Portfolio rebalancing model with transaction costs using interval optimization, Opsearch 52 (4) 827-860.

28) Liu, B., 2002. Theory and Practice of Uncertain Programming, third ed.. PhysicaVerlag, Heidelberg.

29) Liu, B., 2006. A survey of credibility theory. Fuzzy Optimization and Decision Making 5, 387–408.

30) Liu, B., Liu, Y.K., 2002. Expected value of fuzzy variable and fuzzy expected value models. IEEE Transactions on Fuzzy Systems 10, 445–450.

31) Markowitz, H.M, 1952,Portfolio Selection, Journal of Finance 7, 77- 91.

32) Markowitz, H.M., 1959. Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. John Wiley & Sons, New York.

33) Markowitz, H.M., "Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments", New York: Yale University Press, John Wiley, 1991.

34) Meghwani, S., Thakur. M., 2017. Multi-objective heuristic algorithms for practical portfolio optimization and rebalancing with transaction cost. Applied Soft Computing.S1568-4946(17)30564-1

35) Mitchell, John E., and Stephen Braun. 2004. “Rebalancing an Investment Portfolio in the Presence of Convex Transaction Costs.” http://www.optimization-online.org/DB_FILE/2005/01/1050.pdf.

36) Moallemi, C.C. Saglam, M. 2015. Dynamic Portfolio Choice with Linear Rebalancing Rules. Conference participants at the 6th Annual conference on Advances in the Analysis of Hedge Fund Strategies.

Archive of SID

www.SID.ir

37) Nguyen, T. T., & Gordon-Brown, L. 2012. Constrained fuzzy hierarchical analysis for portfolio selection under higher moments. Fuzzy Systems, IEEE Transactions on, 20(4), 666-682.

38) Steuer, R.E., Qi, Y., Hirschberger, M., 2008. Portfolio Selection in the Presence of Multiple Criteria. In: Handbook of Financial Engineering. Springer, pp. 3–24.

39) Sun,W., Fan, A., Chen, L., Schouwenaars, T., Albota, M.A., Freyfogle, Ed., Grover, J., 2006. Optimal Rebalancing Strategy for Institutional Portfolios, MIT Working Paper. (Revised version published in Journal of Portfolio Management, Vol. 32, No. 2: (Winter 2006)33-43)

40) Ülkü, N., Fatullayev, S., Diachenko, D., 2015, Can risk-rebalancing explain the negative correlation between stock return differential and currency? Or, does source status drive it? Journal of Financial Markets, 27: 28-54.

41) Wang, Y.C., Wua, J.L., Lai, Y.H., 2013. A revisit to the dependence structure between the stock and foreign exchange markets: A dependence-switching copula approach. Journal of Banking & Finance 37: 1706–1719.

42) Woodside-Oriakhi, M. Lucas, C. Beasley, J.E. 2013. Portfolio rebalancing with an investment horizon and transaction costs. Jornal of Omega 4, 406–420. Mathematical Sciences, Brunel University, Uxbridge UB8 3PH, UK.

43) Yang, S.C., Lin, T.L., Chang, T.J., Chang, K.J., 2011. A semi-variance portfolio selection model for military investment assets. Expert Systems with Applications 38, 2292–2301.

44) Yu, J.R., Lee, W.Y., 2011. Portfolio rebalancing model using multiple criteria. European Journal of Operational Research 209, 166–175.

45) Zadeh, L. A. 1987. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. Fuzzy sets and applications: selected papers by LA Zadeh.

46) Zhang, X., Zhang, W., Cai, R., 2010a. Portfolio adjusting optimization under credibility measures. Journal of Computational and Applied Mathematics 234, 1458–1465

Archive of SID

www.SID.ir

47) Zhang, W., Zhang, X., Chen, Y., 2011. Portfolio adjusting optimization with added assets and transaction costs based on credibility measures. Insurance: Mathematics & Economics 49, 353–360.

48) Zhang, W., Zhang, X., Xu, W., 2010b. A risk tolerance model for portfolio adjusting problem with transaction costs based on possibilistic moments. Insurance: Mathematics & Economics 46, 493–499.

49) Zhou, ZH., Xiao, H., Jin, Q., Liu, W., 2017. DEA Frontier Improvement and Portfolio Rebalancing: An Applicationnof China Mutual Funds on Considering Sustainability Information Disclosure. European Journal of Operational Research. S0377-2217(17)30637-9.

Archive of SID

www.SID.ir

یادداشت ها :

[۱] Markowitz [۲] Steuer [۳] Gupta [۴] Fang [۵] Yu & Lee [۶] Kumar [۷] Zhou
[۸] Meghwani & Thakur [۹] Zadeh [۱۰] Dubios & Prade [۱۱] Liu & Liu [۱۲] Huang
[۱۳] Zhang [۱۴] Choobineh & Branting [۱۵] Kaplan & Alldredge
[۱۶] Yang [۱۷] Woodside-Oriakhi [۱۸] Transaction costs
[۱۹] Rebalancing [۲۰] Chen [۲۱] Johnson
[۲۲] Shannon
[۲۳] Eaker & Grant
[۲۴] Mitchell & Braun
[۲۵] Sun
[۲۶] Guastaroba
[۲۷] Glasserman
[۲۸] Geometry Browny moving
[۲۹] Basel Committe
[۳۰] Glen
[۳۱] Feng
[۳۲] Short selling
[۳۳] Skweness
[۳۴] Kurtosis
[۳۵] Chiam
[۳۶] Chang
[۳۷] Wang
[۳۸] Gyntelberg
[۳۹] Curcuru
[۴۰] Ülkü
[۴۱] Gelman
[۴۲] Moallemi & Saglam
[۴۳] Uncertainty
[۴۴] Enea & Piazza
[۴۵] Nguyen & Gorden-Brown
[۴۶] Lebesgue

Archive of SID

www.SID.ir